

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу**



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський)
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Математичне моделювання
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Ужгород 2025

Робоча програма навчальної дисципліни «**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**» для здобувачів вищої освіти галузі знань **Е Природничі науки, математика та статистика** спеціальності **Е7Математика** освітньої програми **Математичне моделювання**.

Розробники: Тетяна БОЯРИЩЕВА, канд. фіз.-мат. наук,
доцент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу;
Олександр ПОГОРІЛЯК, канд. фіз.-мат. наук,
доцент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *теорії ймовірностей і математичного аналізу*

протокол № 10 від 3 червня 2025р.

Завідувач кафедри  Ганна СЛИВКА-ТИЛИЩАК.

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій

протокол № 10 від 26 червня 2025 р.

Голова науково-методичної комісії  Наталія ЮРЧЕНКО

©Боярищева Т. В., Погоріляк О.О., 2025 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2025 р.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом
	Денна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 14	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 420	1
Кількість модулів – 4	Семестр:
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 1 семестр: 4,9; 2 семестр: 7,1 самостійної роботи студента – 1 семестр: 5,1; 2 семестр: 7,1	1-2
	Лекції:
	104 год.
	Практичні (семінарські):
	104 год.
Вид підсумкового контролю: семестровий	Лабораторні:
	не передбачено
Форма підсумкового контролю: екзамен	Самостійна робота:
	212 год.

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз функції однієї змінної**» є формування теоретичних знань, умінь і практичних навичок розв'язування задач математичного аналізу, теорії функції однієї змінної, диференціального та інтегрального числення функції однієї змінної, теорії функціональних послідовностей і рядів, числових і степеневих рядів, а також рядів Фур'є.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни для здобувачів вищої освіти галузі знань **Е Природничі науки, математика та статистика** спеціальності **Е7 Математика** освітньої програми **Математичне моделювання** сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей:

Загальні компетентності:

ЗК-01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК-03. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності

СК-01. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

СК-02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

СК-03. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

СК-04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

СК-05. Здатність до кількісного мислення.

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «**Математичний аналіз функції однієї змінної**» для здобувачів вищої освіти галузі знань галузі знань **Е Природничі науки, математика та статистика** спеціальності **Е7 Математика** освітньої програми **Математичне моделювання** є опанування таких навчальних дисциплін (НД) освітньої програми (ОП):

ОК 7 Алгебра

ОК 11 Аналітична геометрія

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «**Математичний аналіз функції однієї змінної**», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти галузі знань галузі знань **Е Природничі науки, математика та статистика** спеціальності **Е7 Математика** освітньої програми **Математичне моделювання** таких програмних результатів навчання (РН):

Програмні результати навчання	Шифр РН
Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.	РН-1
Вміння досліджувати на збіжність невластні інтеграли.	РН-4, РН-10, РН-11
Вміти досліджувати на збіжність числові та степеневі ряди. досліджувати нарівномірну збіжність функціональних ряди;	РН-4, РН-10, РН-11

розкладати функцію в ряд Фур'є	
Вміння знаходити області збіжності, рівномірної збіжності функціональної послідовності та функціональних рядів, степеневих рядів.	PH-4, PH-11, PH-21

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти галузі знань галузі знань **Е Природничі науки, математика та статистика** спеціальності **Е7 Математика** освітньої програми **Математичне моделювання** після опанування навчальної дисципліни «**Математичний аналіз функції однієї змінної**»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Знати основні поняття теорії множин та дій над ними означення та методи знаходження точних граней множини	PH-1, PH-3
Знати означення послідовності, її границі та методи знаходження границь послідовності.	PH-1, PH-3, PH-4
Знати означення границі функції у точці та методи знаходження границь функції у точці	PH-1, PH-3, PH-4
Знати означення неперервної функції, точок розриву, методи дослідження функції на неперервність, основні теореми про неперервні функції	PH-3, PH-4, PH-10
Знати означення похідної функції; основні методи диференціювання; основні теореми про функції, які мають похідну.	PH-3, PH-4, PH-10
Вміння знаходити границі числових послідовностей і функцій.	PH-1, PH-3, PH-13
Вміння досліджувати функції на неперервність, рівномірну неперервність.	PH-3, PH-4, PH-13
Вміння розвивати функції за формулою Тейлора, застосовувати формулу Тейлора до обчислення границь функцій і наближених обчислень.	PH-4, PH-11, PH-21
Вміти знаходити похідні та диференціали функцій, проводити повне дослідження функцій; знаходити границі функцій у точці за правилом Лопіталя.	PH-3, PH-4, PH-11
Знати поняття первісної та невизначеного інтеграла, основні методи інтегрування	PH-3, PH-4, PH-10
Знати поняття визначеного інтеграла та його прикладне застосування	PH-4, PH-10, PH-11
Знати означення числового функціонального, степеневому ряду та ряду Фур'є; ознаки збіжності та рівномірної збіжності числових та функціональних рядів	PH-3, PH-4, PH-10
Вміння знаходити первісні та невизначені інтеграли.	PH-3, PH-4, PH-11
Вміння обчислювати визначені інтеграли, застосовувати їх до геометричних задач.	PH-4, PH-11, PH-21

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- розв'язування задач під час практичних занять;
- індивідуальні домашні завдання;
- 4 модульні контрольні роботи;
- підсумкові семестрові екзамен.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: написання та захист студентами індивідуальних домашніх завдань, написання самостійних робіт під час лекційних та/або практичних занять. Студент може отримати бали за усні відповіді та доповнення на лекційних та практичних заняттях.

Форма модульного контролю: письмовий.

Форма підсумкового семестрового контролю: екзамен.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1, семестр 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1... T7	T8...T13		
30	30	40	100

T1, T2 ... – теми змістових модулів.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2, семестр 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T14... T19	T20...T24		
30	30	40	100

T1, T2 ... – теми змістових модулів.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1, семестр 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T1... T5	T6...T12		
30	30	40	100

T1, T2 ... – теми змістових модулів.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2, семестр 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
T13... T16	T17...T21		
30	30	40	100

T1, T2 ... – теми змістових модулів.

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульні контрольні роботи розраховані на 90 хвилин. Загальна оцінка модульних контрольних робіт – 80 балів.

В модульній контрольній роботі використовуються різні форми завдань, що дозволяє перевірити знання і вміння студентів: визначення понять, теоретичні та практичні завдання.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (20 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в 10 балів:

10 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

5 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (20 балів)

Блок практичних завдань складається з 4 завдань. Одне завдання оцінюється в 7,5 балів :

7,5 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

5 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3,5 бал – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Письмовий екзамен розрахований на 60 хвилин. Загальна оцінка виконаних завдань – 100 балів.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (45 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань.

45 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

20 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (55 балів)

Блок практичних завдань складається з 5 завдань. Одне завдання оцінюється в 11 балів :

11 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

8 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

5 балів – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)		для заліку
A	90 – 100	5	Відмінно	Зараховано
B	82-89	4	Добре	
C	74-81			
D	64-73	3	Задовільно	
E	60-63			
FX	35-59	2	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано з можливістю повторного складання
F	1-34	1	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Критерій оцінювання з дисципліни

— “**відмінно**” А (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені

програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **"добре" В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **"добре" С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— **"задовільно" D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вмів виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "задовільно" виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **"задовільно" E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вмів виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "достатньо" виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **"незадовільно" FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмного матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **"незадовільно" F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

СЕМЕСТР 1

Змістовий модуль 1. Вступ до математичного аналізу

Тема 1. Предмет і метод математичного аналізу. Поняття логіки, логічні символи. Поняття множини. Дії над множинами. Метод математичної індукції.

Тема 2. Числові множини. Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа.

Тема 3. Точкові множини. Відображення множин. Межі числових множин.

Тема 4. Числові функції. Область визначення і множина значень функції. Способи задання функції.

Тема 5. Елементарні функції та їх класифікація. Окремі класи функцій. Основні характеристики поведінки функцій.

Тема 6. Числова послідовність. Границя числової послідовності. Властивості збіжних числових послідовностей.

Тема 7. Нескінченно малі та нескінченні великі числові послідовності. Основні теореми про границі. Невизначені вирази.

Тема 8. Монотонні числові послідовності. Число Ейлера. Підпослідовності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.
Тема 9. Означення границі функції у точці. Границя функції на нескінченності. Перша важлива (чудова) границя. Число e як границя функції. Наслідки з «чудових» границь.
Тема 10. Односторонні границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Властивості нескінченно малих функцій. Порівняння нескінченно малих величин. Еквівалентності нескінченно малих функцій.
Тема 11. Неперервність функції в точці: означення неперервної функції, приклади. Неперервність елементарних функцій.
Тема 12. Одностороння неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.
Тема 13. Властивості неперервної функції, заданої на відрізьку. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.

Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функції однієї змінної.

Тема 14. Задачі, що приводять до поняття похідної. Похідна: означення та приклади. Односторонні похідні. Механічний і геометричний зміст похідної.
Тема 15. Правила обчислення похідних. Похідна складної функції, оберненої функції. Таблиця похідних. Логарифмічна похідна. Похідна степенево-показникової функції.
Тема 16. Диференціал функції, геометричний зміст. Застосування диференціала. Диференціювання параметрично заданих функцій.
Тема 17. Похідні і диференціали старших порядків. Формула Лейбніца.
Тема 18. Основні теореми для диференційованих функцій.
Тема 19. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала.
Тема 20. Формула Тейлора. Залишковий член формули Тейлора. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.
Тема 21. Зростання, спадання функції. Екстремальні точки. Локальний екстремум функції.
Тема 22. Знаходження найбільшого і найменшого значень функції.
Тема 23. Опуклість і вгнутість функції. Точки перегину.
Тема 24. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

СЕМЕСТР 2

Змістовий модуль 3. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл та його застосування.

Тема 1. Первісна функція і невизначений інтеграл. Властивості невизначених інтегралів. Таблиця основних інтегралів.
Тема 2. Формули заміни змінної (метод підстановки) та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
Тема 3. Раціональні функції. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів.
Тема 4. Інтегрування деяких ірраціональностей. Підстановки Чебишова та Ейлера.
Тема 5. Інтегрування тригонометричних функцій.
Тема 6. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл. Критерій інтегровності. Класи інтегрованих функцій.
Тема 7. Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє значення визначеного інтеграла.
Тема 8. Похідна визначеного інтеграла за верхньою змінною межею. Формула Ньютона-Лейбніца.
Тема 9. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.

Тема 10. Невласні інтеграли, їх властивості. Невласні інтеграли від невід’ємних функцій, ознаки збіжності.

Тема 11. Геометричні застосування визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских областей. Довжина дуги плоскої кривої. Диференціал довжини дуги.

Тема 12. Обчислення роботи. Інші фізичні застосування визначеного інтеграла: маса, статичні моменти, координати центра мас плоскої фігури та плоскої лінії, моменти відносно осей координат.

Змістовий модуль 4. Числові ряди. Функціональні ряди. Ряди Фур’є.

Тема 13. Поняття про числовий ряд і його суму. Необхідна умова збіжності. Залишок числового ряду. Дії над рядами.

Тема 14. Ряди з невід’ємними членами. Ознаки збіжності рядів з невід’ємними членами.

Тема 15. Числові ряди з довільними членами. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди. Властивості збіжних рядів.

Тема 16. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум рівномірно збіжного ряду.

Тема 17. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості суми степеневого ряду.

Тема 18. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Тема 19. Ортогональна система функцій. Ряд Фур’є. Збіжність ряду Фур’є для кусково-диференційовної функції.

Тема 20. Середнє квадратичне відхилення. Фур’є. Збіжність ряду Фур’є в середньому. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.

Тема 21. Інтеграл та перетворення Фур’є.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
лекції		практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота	
СЕМЕСТР 1						
Модуль 1						
Предмет і метод математичного аналізу. Поняття логіки, логічні символи. Поняття множини. Дії над множинами. Метод математичної індукції.	5	1	1	-	-	3
Числові множини. Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа.	4	1	1	-	-	2
Точкові множини. Відображення множин. Межі числових множин.	8	2	2	-	-	4
Числові функції. Область визначення і множина значень функції. Способи задання функції.	4	2	2	-	-	4

Елементарні функції та їх класифікація. Окремі класи функцій. Основні характеристики поведінки функцій.	8	2	2	-	-	4			
Числова послідовність. Границя числової послідовності. Властивості збіжних числових послідовностей.	8	2	2	-	-	4			
Нескінченно малі та нескінченні великі числові послідовності. Основні теореми про границі. Невизначені вирази.	8	2	2	-	-	4			
Монотонні числові послідовності. Число Ейлера. Підпослідовності. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	8	2	2	-	-	4			
Означення границі функції у точці. Границя функції на нескінченності. Перша важлива (чудова) границя. Число e , як границя функції. Наслідки з «чудових» границь.	8	2	2	-	-	4			
Односторонні границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Властивості нескінченно малих функцій. Порівняння нескінченно малих величин.	8	2	2	-	-	4			
Неперервність функції в точці: означення неперервної функції, приклади. Неперервність елементарних функцій.	8	2	2			4			
Одностороння неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.	4	1	1			2			
Властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.	5	1	1			3			
Модульна контрольна робота				-	-				
Разом за модуль				90	22	22	-	-	46
Модуль 2									
Задачі, що приводять до поняття похідної. Похідна: означення та приклади. Односторонні похідні. Механічний і геометричний зміст похідної.	8	2	2	-	-	4			
Правила обчислення похідних. Похідна складної функції, оберненої функції. Таблиця похідних. Логарифмічна похідна. Похідна степеневно-показникової функції.	8	2	2	-	-	4			
Диференціал функції, геометричний зміст. Застосування диференціала. Диференціювання параметрично заданих функцій.	9	2	2	-	-	5			
Похідні і диференціали старших порядків. Формула Лейбніца.	8	2	2	-	-	4			
Основні теореми для диференційовних функцій.	8	2	2	-	-	4			
Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала.	8	2	2	-	-	4			
Формула Тейлора. Залишковий член формули Тейлора. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.	9	2	2	-	-	5			

Зростання, спадання функції. Екстремальні точки. Локальний екстремум функції.	8	2	2	-	-	4
Знаходження найбільшого і найменшого значень функції.	8	2	2	-	-	4
Опуклість і вгнутість функції. Точки перегину.	8	2	2	-	-	4
Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.	8	2	2			4
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль						
	90	22	22	-	-	46
Разом за семестр						
	180	44	44	-	-	92
СЕМЕСТР 2						
Модуль 1						
Первісна функція і невизначений інтеграл. Властивості невизначених інтегралів. Таблиця основних інтегралів.	8	2	2	-	-	4
Формули заміни змінної (метод підстановки) та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.	8	2	2	-	-	4
Раціональні функції. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів.	16	4	4	-	-	8
Інтегрування деяких ірраціональностей. Підстановки Чебишова та Ейлера.	16	4	4	-	-	8
Інтегрування тригонометричних функцій.	16	4	4	-	-	8
Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій.	8	2	2	-	-	4
Похідна визначеного інтеграла за верхньою змінною межею. Формула Ньютона-Лейбніца.	8	2	2	-	-	4
Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.	8	2	2	-	-	4
Невласні інтеграли, їх властивості. Невласні інтеграли від невід'ємних функцій, ознаки збіжності.	16	4	4	-	-	8
Геометричні застосування визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских областей. Довжина дуги плоскої кривої. Диференціал довжини дуги	8	2	2	-	-	4
Обчислення роботи. Інші фізичні застосування визначеного інтеграла: маса, статичні моменти, координати центра мас плоскої фігури та плоскої лінії, моменти відносно осей координат.	8	2	2			4
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль						
	120	30	30	-	-	60
Модуль 2						
Поняття про числовий ряд і його суму. Необхідна умова збіжності. Залишок числового ряду. Дії над рядами.	8	2	2	-	-	4

Ряди з невід'ємними членами. Ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами.	16	4	4	-	-	8
Числові ряди з довільними членами. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди. Властивості збіжних рядів.	16	4	4	-	-	8
Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум рівномірно збіжного ряду.	16	4	4	-	-	8
Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості суми степеневого ряду.	16	4	4	-	-	8
Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	16	4	4	-	-	8
Ортогональна система функцій. Ряд Фур'є. Збіжність ряду Фур'є для кусково-диференційовної функції.	16	4	4	-	-	8
Середнє квадратичне відхилення. Фур'є. Збіжність ряду Фур'є в середньому. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.	8	2	2	-	-	4
Інтеграл та перетворення Фур'є.	8	2	2	-	-	4
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль	120	30	30	-	-	60
Разом за семестр	240	60	60	-	-	120
Всього	420	104	104	-	-	212

6.3. Темі практичних (семінарських, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
		Денна форма
Семестр 1		
1	Предмет і метод математичного аналізу. Поняття логіки, логічні символи. Поняття множини. Дії над множинами. Метод математичної індукції.	1
2	Числові множини. Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа.	1
3	Точкові множини. Відображення множин. Межі числових множин.	2
4	Числові функції. Область визначення і множина значень функції. Способи задання функції.	2
5	Елементарні функції та їх класифікація. Окремі класи функцій. Основні характеристики поведінки функцій.	2
6	Числова послідовність. Границя числової послідовності. Властивості збіжних числових послідовностей.	2
7	Нескінченно малі та нескінченні великі числові послідовності. Основні теореми про границі. Невизначені вирази.	2
8	Монотонні числові послідовності. Число Ейлера. Підпослідовності. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	2
9	Означення границі функції у точці. Границя функції на нескінченності. Перша важлива (чудова) границя. Число e , як	2

	границя функції. Наслідки з «чудових» границь.	
10	Односторонні границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Властивості нескінченно малих функцій. Порівняння нескінченно малих величин. Еквівалентності нескінченно малих функцій.	2
11	Неперервність функції в точці: означення неперервної функції, приклади. Неperервність елементарних функцій.	2
12	Одностороння неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.	1
13	Властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.	1
14	Задачі, що приводять до поняття похідної. Похідна: означення та приклади. Односторонні похідні. Механічний і геометричний зміст похідної.	2
15	Правила обчислення похідних. Похідна складної функції, оберненої функції. Таблиця похідних. Логарифмічна похідна. Похідна степенево-показникової функції.	2
16	Диференціал функції, геометричний зміст. Застосування диференціала. Диференціювання параметрично заданих функцій.	2
17	Похідні і диференціали старших порядків. Формула Лейбніца.	2
18	Основні теореми для диференційованих функцій.	2
19	Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя.	2
20	Формула Тейлора. Залишковий член формули Тейлора. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.	2
21	Зростання, спадання функції. Екстремальні точки. Локальний екстремум функції.	2
22	Знаходження найбільшого і найменшого значень функції.	2
23	Опуклість і вгнутість функції. Точки перегину.	2
24	Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.	2
Разом за семестр		44
Семестр 2		
1	Первісна функція і невизначений інтеграл. Властивості невизначених інтегралів. Таблиця основних інтегралів.	2
2	Формули заміни змінної (метод підстановки) та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.	2
3	Раціональні функції. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів.	4
4	Інтегрування деяких ірраціональностей. Підстановки Чебишова та Ейлера.	4
5	Інтегрування тригонометричних функцій.	4
6	Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл. Критерій інтегровності. Класи інтегрованих функцій.	2
7	Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє значення визначеного інтеграла.	2
8	Похідна визначеного інтеграла за верхньою змінною межею. Формула Ньютона-Лейбніца.	2
9	Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.	4
10	Невласні інтеграли, їх властивості. Невласні інтеграли від	2

	невід'ємних функцій, ознаки збіжності.	
11	Геометричні застосування визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских областей. Довжина дуги плоскої кривої. Диференціал довжини дуги.	2
12	Обчислення роботи. Інші фізичні застосування визначеного інтеграла: маса, статичні моменти, координати центра мас плоскої фігури та плоскої лінії, моменти відносно осей координат.	2
13	Поняття про числовий ряд і його суму. Необхідна умова збіжності. Залишок числового ряду. Дії над рядами.	4
14	Ряди з невід'ємними членами. Ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами.	4
15	Числові ряди з довільними членами. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди. Властивості збіжних рядів.	4
16	Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум рівномірно збіжного ряду.	4
17	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневому ряду. Властивості суми степеневому ряду.	4
18	Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	4
19	Ортогональна система функцій. Ряд Фур'є. Збіжність ряду Фур'є для кусково-диференційовної функції.	2
20	Середнє квадратичне відхилення. Фур'є. Збіжність ряду Фур'є в середньому. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.	2
21	Інтеграл та перетворення Фур'є.	2
Разом за семестр		60
Всього		104

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
		Денна форма
Семестр 1		
1	Предмет і метод математичного аналізу. Поняття логіки, логічні символи. Поняття множини. Дії над множинами. Метод математичної індукції.	3
2	Числові множини. Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа.	2
3	Точкові множини. Відображення множин. Межі числових множин.	4
4	Числові функції. Область визначення і множина значень функції. Способи задання функції.	4
5	Елементарні функції та їх класифікація. Окремі класи функцій. Основні характеристики поведінки функцій.	4
6	Числова послідовність. Границя числової послідовності. Властивості збіжних числових послідовностей.	4
7	Нескінченно малі та нескінченні великі числові послідовності. Основні теореми про границі. Невизначені вирази.	4
8	Монотонні числові послідовності. Число Ейлера.	4

	Підпослідовності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.	
9	Означення границі функції у точці. Границя функції на нескінченності. Перша важлива (чудова) границя. Число ϵ , як границя функції. Наслідки з «чудових» границь.	4
10	Односторонні границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Властивості нескінченно малих функцій. Порівняння нескінченно малих величин. Еквівалентності нескінченно малих функцій.	4
11	Неперервність функції в точці: означення неперервної функції, приклади. Неperервність елементарних функцій.	4
12	Одностороння неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.	2
13	Властивості неперервної функції, заданої на відрізку. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.	3
14	Задачі, що приводять до поняття похідної. Похідна: означення та приклади. Односторонні похідні. Механічний і геометричний зміст похідної.	4
15	Правила обчислення похідних. Похідна складної функції, оберненої функції. Таблиця похідних. Логарифмічна похідна. Похідна степенево-показникової функції.	4
16	Диференціал функції, геометричний зміст. Застосування диференціала. Диференціювання параметрично заданих функцій.	5
17	Похідні і диференціали старших порядків. Формула Лейбніца.	4
18	Основні теореми для диференційованих функцій.	4
19	Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала.	4
20	Формула Тейлора. Залишковий член формули Тейлора. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.	5
21	Зростання, спадання функції. Екстремальні точки. Локальний екстремум функції.	4
22	Знаходження найбільшого і найменшого значень функції.	4
23	Опуклість і вгнутість функції. Точки перегину.	4
24	Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.	4
Разом за семестр		92
Семестр 2		
1	Первісна функція і невизначений інтеграл. Властивості невизначених інтегралів. Таблиця основних інтегралів.	4
2	Формули заміни змінної (метод підстановки) та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.	4
3	Раціональні функції. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів.	8
4	Інтегрування деяких ірраціональностей. Підстановки Чебишова та Ейлера.	8
5	Інтегрування тригонометричних функцій.	8
6	Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл. Критерій інтегровності. Класи інтегрованих функцій.	4
7	Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє значення визначеного інтеграла.	4
8	Похідна визначеного інтеграла за верхньою змінною межею.	4

	Формула Ньютона-Лейбніца.	
9	Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.	8
10	Невласні інтеграли, їх властивості. Невласні інтеграли від невід'ємних функцій, ознаки збіжності.	8
11	Геометричні застосування визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских областей. Довжина дуги плоскої кривої. Диференціал довжини дуги.	4
12	Обчислення роботи. Інші фізичні застосування визначеного інтеграла: маса, статичні моменти, координати центра мас плоскої фігури та плоскої лінії, моменти відносно осей координат.	4
13	Поняття про числовий ряд і його суму. Необхідна умова збіжності. Залишок числового ряду. Дії над рядами.	4
14	Ряди з невід'ємними членами. Ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами.	8
15	Числові ряди з довільними членами. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди. Властивості збіжних рядів.	8
16	Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум рівномірно збіжного ряду.	8
17	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневому ряду. Властивості суми степеневому ряду.	8
18	Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	8
19	Ортогональна система функцій. Ряд Фур'є. Збіжність ряду Фур'є для кусково-диференційовної функції.	8
20	Середнє квадратичне відхилення. Фур'є. Збіжність ряду Фур'є в середньому. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.	4
21	Інтеграл та перетворення Фур'є.	4
Разом за семестр		120
Всього		212

6.5. Індивідуальні завдання

Навчальним планом факультету математики та цифрових технологій ДВНЗ “Ужгородський національний університет” індивідуальне навчально-дослідне завдання не передбачено.

7. Орієнтовний перелік питань до екзамену

Семестр 1

Змістовий модуль 1. Вступ до математичного аналізу

1. Поняття множини. Дії над множинами.
2. Числові множини. Множина дійсних чисел.
3. Модуль дійсного числа та його властивості.
4. Точкові множини. Межі числових множин.
5. Загальне поняття функції. Область визначення і множина значень функції.
6. Способи задання функції.
7. Елементарні функції та їх класифікація.
8. Окремі класи функцій.
9. Метод математичної індукції.
10. Числова послідовність. Границя числової послідовності.

11. Властивості збіжних числових послідовностей.
 12. Нескінченно малі та нескінченні великі числові послідовності.
 13. Основні теореми про границі. Невизначені вирази.
 14. Монотонні числові послідовності.
 15. Число Ейлера.
 16. Підпослідовності. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
 17. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші.
 18. Означення границі функції у точці. Границя функції на нескінченності.
 19. Перша визначна границя.
 20. Число e , як границя функції.
 21. Односторонні границі.
 22. Нескінченно малі та нескінченно великі функції.
 23. Відношення підпорядкованості, нехтування, еквівалентності.
 24. Порівняння нескінченно малих величин.
 25. Неперервність функції в точці: означення неперервної функції, приклади.
 26. Неперервність складної функції.
 27. Одностороння неперервність функції.
 28. Точки розриву та їх класифікація.
 29. Теорема про існування та неперервність оберненої функції.
 30. Неперервність елементарних функцій.
 31. Чудові границі, наслідки.
 32. Властивості неперервної функції, заданої на відрізьку.
 33. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.
- Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функції однієї змінної**
1. Задачі, що приводять до поняття похідної.
 2. Похідна: означення та приклади.
 3. Односторонні похідні.
 4. Механічний і геометричний зміст похідної.
 5. Правила обчислення похідних.
 6. Похідна складної функції, оберненої функції.
 7. Таблиця похідних.
 8. Логарифмічна похідна. Похідна степенєво-показникової функції.
 9. Диференціал функції, геометричний зміст.
 10. Застосування диференціала.
 11. Параметричне задання функцій. Диференціювання параметрично заданих функцій.
 12. Похідні та диференціали старших порядків. Формула Лейбніца.
 13. Основні теореми для диференційованих функцій. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші.
 14. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала.
 15. Формула Тейлора. Залишковий член формули Тейлора.
 16. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.
 17. Зростання, спадання функції. Екстремальні точки.
 18. Локальний екстремум функції.
 19. Знаходження найбільшого і найменшого значень функції.
 20. Опуклість і вгнутість функції. Точки перегину.
 21. Асимптоти графіка функції.
 22. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

Семестр 2

Змістовий модуль 3. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл та його застосування

1. Первісна функція і невизначений інтеграл. Властивості невизначених інтегралів.
2. Таблиця основних інтегралів.
3. Формули заміни змінної (метод підстановки) та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
4. Інтегрування раціональних функцій.
5. Інтегрування деяких ірраціональностей. Підстановки Чебишова та Ейлера.
6. Інтегрування тригонометричних функцій.
7. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій.
8. Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє значення визначеного інтеграла.
9. Похідна визначеного інтеграла за верхньою змінною межею. Формула Ньютона-Лейбніца.
10. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.
11. Невласні інтеграли, їх властивості.
12. Невласні інтеграли від невід'ємних функцій, ознаки збіжності.
13. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских областей.
14. Довжина дуги плоскої кривої. Диференціал довжини дуги.
15. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання.
16. Обчислення роботи. Інші фізичні застосування визначеного інтеграла: маса, статичні моменти, координати центра мас плоскої фігури та плоскої лінії, моменти відносно осей координат.

Змістовий модуль 4. Числові ряди. Функціональні ряди. Ряди Фур'є

1. Поняття про числовий ряд і його суму. Необхідна умова збіжності. Залишок числового ряду. Дії над рядами.
2. Ряди з невід'ємними членами, ознаки порівняння.
3. Знакозмінні ряди.
4. Нескінченні добутки, зв'язок з рядами.
5. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність.
6. Властивості сум рівномірно збіжного ряду.
7. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості суми степеневого ряду.
8. Ряд Тейлора. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора.
9. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.
10. Ортогональна система функцій. Ряд Фур'є.
11. Збіжність ряду Фур'є для кусково-диференційовної функції.
12. Середнє квадратичне відхилення.
13. Збіжність ряду Фур'є в середньому.
14. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.
15. Інтеграл та перетворення Фур'є.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Конспект лекцій. (І курс семестр) / В. О. Гайдей, Л. Б. Федорова, І. В. Алексеєва, О. О. Диховичний. К: НТУУ «КПІ», 2013. 104 с.
2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Практикум. (І курс семестр) / Уклад.: І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К: НТУУ «КПІ», 2013. 252 с.

3. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій. (І курс II семестр) / Уклад.: В. О. Гайдей, Л. Б. Федорова, І. В. Алексеєва, О. О. Диховичний, К.: НТУУ «КПІ», 2013. 144 с.
4. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Практикум. (І курс II семестр) / Уклад.: І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К.: НТУУ «КПІ», 2014. 190 с.
5. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Частина 1. К.: Либідь, 1993. 320 с.
6. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної. Упорядн. О. Н. Нестеренко, Т. О. Петрова, А. В. Чайковський. 2019. 59 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/05/zbirnykma.pdf>
7. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної. Частина 2. Упорядн. М. О. Назаренко, О. Н. Нестеренко, Т. О. Петрова, А. В. Чайковський. 2020. 22 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/04/zbirnyk-2-chastyna.pdf>
8. Курченко О.О. Інтегральне числення функцій однієї змінної: навч. посібник. К., 2016. 140 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/INTEGR_2016_M.pdf
9. Курченко О.О. Диференціальне числення функції однієї змінної: підручник. К., 2014. 238 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/merged.pdf>
10. Радченко О.М. Математичний аналіз. Частина 3. Ряди та інтеграли з параметром. К.: Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, 2003. 140 с.
11. Ряди. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення. Практикум. (II курс III семестр) / Уклад.: І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К: НТУУ «КПІ», 2013. 160 с.
12. Ряди. Функції комплексної змінної. Операційне числення. Конспект лекцій. (II курс IV семестр) / Уклад.: І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. К: НТУУ «КПІ», 2013. 107 с.
13. Синявська О. О., Слюсарчук П. В. Ряди Фур'є. Навчальний посібник для студентів спеціальностей математика, прикладна математика, статистика. Ужгород, 2015. 70 с.
14. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник : у 2-ч. Ч. 1. 3-е вид., випр. і доп. К. : Вища школа, 2005. 446 с.
15. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник : у 2 ч. Ч. 2. 3-е вид., випр. і доп. К. : Вища школа, 2005. 510 с.

Допоміжна література

1. Барковський В.В., Барковська В.В. Вища математика для економістів: навч. посіб. для студ. вищ. навч. заклад. 5-те вид., перероб. та доп. К.: Центр учбової літератури, 2010. 448 с.
2. Дюженкова Л.І., Вища математика: приклади і задачі: посібник / Л.І. Дюженкова, О.Ю. Дюженкова, Г.О. Михалін; ред. Г. О. Михалін. Київ : Академія, 2003. 623 с.
3. Томусяк А.А., Трохименко В.С. посібник для випускників фізико-математичних факультетів педагогічних університетів та інститутів. Вінниця, 1999. <http://library.vspu.edu.ua/repozitarij/repozit/texti/navchalni/Matanaliz.pdf>

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <http://www.nbuv.gov.ua> Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.
2. <http://mechmat.univ.kiev.ua/ua/study/library.php> електронна бібліотека механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
3. <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/> Електронний репозитарій ДВНЗ "УжНУ/

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20__ / 20__ н.р. без змін; зі змінами (Додаток __).
(потрібне підкреслити)

протокол № __ від «__» _____ 20__ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20__ / 20__ н.р. без змін; зі змінами (Додаток __).
(потрібне підкреслити)

протокол № __ від «__» _____ 20__ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20__ / 20__ н.р. без змін; зі змінами (Додаток __).
(потрібне підкреслити)

протокол № __ від «__» _____ 20__ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20__ / 20__ н.р. без змін; зі змінами (Додаток __).
(потрібне підкреслити)

протокол № __ від «__» _____ 20__ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)