

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь**



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан фізичного факультету

проф. Лазур В.Ю.

«01»_07_2022 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ**

Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський)
Галузь знань	10 Природничі науки
Спеціальність	104 Фізика та астрономія
Освітня програма	Фізика та астрономія
Статус дисципліни	обов'язкова
Мова навчання	українська

Ужгород 2022

Робоча програма навчальної дисципліни «Диференціальні та інтегральні рівняння» для здобувачів вищої освіти галузі знань **10 Природничі науки** спеціальності **104 Фізика та астрономія** освітньої програми **Фізика та астрономія**.

Розробник:

Рейтій О.К., доцент, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри алгебри та диференціальних рівнянь

протокол №10 від « 01 » липня 2022 р.

Завідувач кафедри  Олександр РЕЙТІЙ

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій

протокол №11 від « 01 » липня 2022 р.

Голова науково-методичної комісії  Наталія ЮРЧЕНКО

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 3	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 90	2-й	–
Кількість модулів – 2	Семестр:	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 3	3-й	–
	Лекції:	
	22 год.	–
	Практичні (семінарські):	
	22 год.	–
Вид підсумкового контролю: екзамен	Лабораторні:	
	–	–
Форма підсумкового контролю: комбінована	Самостійна робота:	
	46 год.	–

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

При вивченні багатьох явищ природи, описі різноманітних еволюційних процесів часто виникають рівняння, в яких невідомі функції входять під знак диференціала (інтеграла). Такі рівняння, які отримали назву відповідно диференціальних (інтегральних), зустрічаються при розв'язуванні задач з техніки, радіоелектроніки, біології, хімії, економіки, соціології та інших наук, проте найширшою областю їх застосування залишається, безперечно, фізика. Класична і квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика, електродинаміка і оптика, атомна і ядерна фізика тощо – напевно немає жодного розділу фізики, в якому б широко не використовувались диференціальні чи інтегральні рівняння.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Диференціальні та інтегральні рівняння» є ознайомити студента-фізика з основними, базовими поняттями, фактами і методами теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, навчити його складати математичні моделі при дослідженні різних явищ природи, знаходити розв'язки таких задач та давати їх фізичну інтерпретацію, проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

Для освоєння курсу студент повинен володіти такими стандартними розділами математичного аналізу, як „Границі”, „Похідна”, „Інтеграл Рімана”, „Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних”, а також такими елементами лінійної алгебри, як визначники, матриці, системи лінійних рівнянь, теорія лінійних просторів та лінійних операторів.

Відповідно до освітньої програми, вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувача вищої освіти таких компетентностей:

ІК. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

K01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

K02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

K03. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

K17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.

K20. Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв'язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем.

K21. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси.

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Диференціальні та інтегральні рівняння» є опанування таких навчальних дисциплін (НД) освітньої програми (ОП):

ОК 12 Математичний аналіз.

ОК 13 Аналітична геометрія і вища алгебра.

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Фізика та астрономія», вивчення навчальної дисципліни повинне забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПР):

Програмні результати навчання	Шифр ПР
Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.	ПР04
Мати базові навички проведення теоретичних та/або експериментальних наукових досліджень з окремих спеціальних розділів фізики або астрономії, що виконуються індивідуально (автономно) та/або у складі наукової групи.	ПР09
Мати навички роботи із сучасною обчислювальною технікою, вміти використовувати стандартні пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для реалізації чисельних методів розв'язування фізичних задач, комп'ютерного моделювання фізичних та астрономічних явищ і процесів, виконання обчислювальних експериментів.	ПР16

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Диференціальні та інтегральні рівняння»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПР
Здобувач має вміти розв'язувати основні типи звичайних лінійних та нелінійних диференціальних рівнянь та їх системи, а також застосовувати вивчені методи при розв'язанні задач класичної механіки, астрономії, молекулярної фізики, електродинаміки, квантової механіки, атомної та ядерної фізики.	ПР04, ПР09

Здобувач має вміти розв'язувати квазілінійні диференціальні рівняння з частинними похідними 1-го порядку, інтегральні рівняння Фредгольма та Вольтерра, що виникають у фізичних задачах.	ПР04, ПР09
Здобувач повинен мати навички застосування сучасних математичних пакетів до аналітичного та числового інтегрування диференціальних рівнянь, що виникають при розв'язанні задач в різних розділах класичної та квантової фізики.	ПР16

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- модульні контрольні роботи;
- екзамен.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: перевірка індивідуальних завдань.

Форми модульного контролю: письмові контрольні роботи.

Форми підсумкового семестрового контролю: екзамен.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
Теми 1-3	Теми 4-6	60	100
20	20		

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання та самостійна робота		Модульна контрольна робота	Сума
Теми 7-9	Теми 10-13	60	100
20	20		

Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2	
	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)	Кількість	Максимальна кількість балів (сумарна)
Індивідуальні завдання	2	40	2	40
Модульна контрольна робота	1	60	1	60
Разом		100		100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Модульна контрольна робота містить не більше 4 завдань, що відносяться до тем відповідного модуля, серед яких не більше 1 тестового характеру, інші – розрахункові. Завдання підбираються рівними за ступенем важкості й оцінюються однаковою кількістю балів (у випадку 4 завдань – по 15 балів кожне).

Максимальну оцінку з модульної контрольної роботи (60 балів) отримує здобувач, котрий безпомилково виконав до кінця усі без винятку завдання. У випадку наявності допущених помилок або незавершеності виконання завдань ставиться нижча оцінка відповідно до відсотка виконання завдання з урахуванням суттєвості допущених помилок.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

— **«А»** («відмінно», 90 та вище балів) заслуговує здобувач, котрий виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну та ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **«В»** («добре», 82-89 балів) заслуговує здобувач, котрий виявив повне знання програмового матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисципліни і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **«С»** («добре», 74-81 бал) заслуговує здобувач, котрий виявив не цілком повне знання програмового матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисципліни, не завжди

здатний до їх самостійного доповнення і під час відповіді допускає деякі неточності;

— «**D**» («задовільно», 64-73 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**D**» виставляється студентам, котрі допустили помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**E**» («задовільно», 60-63 бали) заслуговує здобувач, котрий виявив часткове знання основного програмового матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «**E**» виставляється студентам, котрі допустили грубі помилки у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомоги викладача;

— «**Fx**» («незадовільно», 35-59 балів) виставляється здобувачеві, котрий виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань;

— «**F**» («незадовільно», 0-34 балів) виставляється здобувачеві, коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи здобувача протягом семестру.

Екзамен виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно» (**E**).

Для переводу кількості набраних балів в оцінку ECTS (Європейська система трансферу кредитів) використовують наступну систему:

Шкала ЄКТС	Диференційована шкала	Недиференційована шкала	Мін.бал- макс.бал
A	Відмінно	Зараховано	90-100
B	Добре		82-89
C			74-81
D			64-73
E	Задовільно		60-63
Fx	Незадовільно	Не зараховано	35-59
F			0-34

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

Тема 1. Вступ до теорії диференціальних рівнянь.

Прикладні задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Найпростіші типи диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Класифікація розв'язків. Геометричне та механічне тлумачення диференціального рівняння першого порядку та його розв'язків.

Тема 2. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні в квадратурах.

Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку та звідні до них.

Тема 3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них. Лінійне рівняння та методи його розв'язування. Властивості розв'язків лінійних рівнянь. Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккатті.

Тема 4. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них.

Рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник та деякі способи його знаходження. Теореми про існування та загальний вигляд інтегрувального множника.

Тема 5. Диференціальні рівняння 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної Основні поняття й означення. Задача Коші. Класифікація розв'язків. Рівняння степеня n . Метод введення параметра. Рівняння Лагранжа та рівняння Клеро.

Тема 6. Теореми існування і єдиності розв'язку.

Теореми існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь першого порядку розв'язаних та нерозв'язаних відносно похідної. Особливі точки, особливі розв'язки. Обвідна.

Модуль 2

Тема 7. Диференціальні рівняння вищих порядків.

Основні поняття й означення. Задача Коші. Класифікація розв'язків. Інтегровні типи рівнянь n -го порядку, зниження порядку рівнянь. Застосування систем комп'ютерної алгебри до розв'язування таких рівнянь.

Тема 8. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку

Основні поняття й означення. Властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння. Лінійно залежні та незалежні функції. Основна теорема. Формула Остроградського-Ліувілля. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Рівняння Ейлера.

Тема 9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.

Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння. Метод варіації довільних сталих. Метод Коші. Метод невизначених коефіцієнтів.

Тема 10. Системи звичайних диференціальних рівнянь.

Основні означення й поняття. Механічне тлумачення нормальної системи та її розв'язків. Зведення диференціального рівняння n -го порядку до нормальної системи й обернена задача.

Тема 11. Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь

Лінійно залежні та лінійно незалежні сукупності функцій. Лінійно залежні та лінійно незалежні сукупності функцій. Формула Якобі. Основна теорема. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь. Метод варіації довільних сталих. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод інтегровних комбінацій. Застосування математичних пакетів до розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь.

Тема 12. Диференціальні рівняння з частинними похідними 1-го порядку.

Зв'язок лінійного однорідного рівняння з частинними похідними першого порядку з відповідною системою характеристик. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння. Задача Коші для лінійного однорідного рівняння. Побудова загального розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку.

Тема 13. Основні типи інтегральних рівнянь та методи їх розв'язування.

Інтегральні рівняння та їх класифікація. Власні значення та власні функції однорідного рівняння Фредгольма 2-го роду. Метод Келлога. Знаходження власних функцій і власних значень однорідного рівняння Фредгольма 2-го роду у випадку вироджених ядер. Неоднорідне рівняння Фредгольма 2-го роду. Рівняння Фредгольма 1-го роду. Рівняння Вольтерра 1-го та 2-го роду.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання: денна					
	Усього	у тому числі				
лекції		практичні (семінарські)	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота	
3-й семестр						
Модуль 1						
Тема 1. Вступ до теорії диференціальних рівнянь.	5	1	1			3
Тема 2. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні в квадратурах.	7	1	2			4
Тема 3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.	8	2	2			4
Тема 4. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них	8	2	2			4
Тема 5. Диференціальні рівняння 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної	8	2	2			4
Тема 6. Теореми існування і єдиності розв'язку. Особливі розв'язки.	7	1	2			4
Модульна контрольна робота	2	2				
Разом за модуль	45	11	11			23
Модуль 2						
Тема 7. Диференціальні рівняння вищих порядків.	6	1	2			3
Тема 8. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	6	2	1			3
Тема 9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	6	1	2			3
Тема 10. Системи звичайних диференціальних рівнянь.	7	2	2			3
Тема 11. Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь	6	1	1			4
Тема 12. Диференціальні рівняння з частинними похідними 1-го порядку	6	1	2			3
Тема 13. Основні типи інтегральних рівнянь та методи їх розв'язування.	6	1	1			4
Модульна контрольна робота	2	2				
Разом за модуль	45	11	11			23
Разом за семестр	90	22	22			46

6.3. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Вступ до теорії диференціальних рівнянь.	1
2	Тема 2. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні в квадратурах.	2
3	Тема 3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.	2
4	Тема 4. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них.	2
5	Тема 5. Диференціальні рівняння 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної	2
6	Тема 6. Теореми існування і єдиності розв'язку. Особливі розв'язки.	2
7	Тема 7. Диференціальні рівняння вищих порядків. Застосування систем комп'ютерної алгебри до розв'язування таких рівнянь.	2
8	Тема 8. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	1
9	Тема 9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	2
10	Тема 10. Системи звичайних диференціальних рівнянь.	2
11	Тема 11. Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь. Застосування математичних пакетів до розв'язування таких систем.	1
12	Тема 12. Диференціальні рівняння з частинними похідними 1-го порядку	2
13	Тема 13. Основні типи інтегральних рівнянь та методи їх розв'язування	1
Разом		22

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Вступ до теорії диференціальних рівнянь.	3
2	Тема 2. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні в квадратурах.	4
3	Тема 3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них.	4
4	Тема 4. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них	4
5	Тема 5. Диференціальні рівняння 1-го порядку, не розв'язані	4

	відносно похідної	
6	Тема 6. Теореми існування і єдиності розв'язку. Особливі розв'язки.	4
7	Тема 7. Диференціальні рівняння вищих порядків.	3
8	Тема 8. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	3
9	Тема 9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	3
10	Тема 10. Системи звичайних диференціальних рівнянь.	3
11	Тема 11. Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь. Застосування систем комп'ютерної алгебри до розв'язування таких систем.	4
12	Тема 12. Диференціальні рівняння з частинними похідними 1-го порядку	3
13	Тема 13. Основні типи інтегральних рівнянь та методи їх розв'язування	4
Разом		46

7. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. *Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О.* Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. 3-є видання, перероб. і доповн. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 528 с.
2. *Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М. О.* Диференціальні рівняння в задачах: Підручник. – К.: Либідь, 2003. – 502 с.
3. *Кривошея С. А., Перестюк Н. А., Бурим В. М.* Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
4. *Перестюк М. О., Свіщук М. Я.* Збірник задач з диференціальних рівнянь. – К.: Либідь, 2004. – 208 с.
5. *Маринець К. В.* Диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування. Частина I: Навч. посіб. – Ужгород: Вид-во УжНУ «Говерла», 2015. – 83 с.
6. *Маринець К. В.* Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь першого порядку. Частина II: Навч. посіб. – Ужгород: УжНУ, 2017. – 99 с.
7. *Рего В.Л., Варга Я.В.* Диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування. Частина I: навчальний посібник. – Ужгород, 2021 р. – 124 с.
8. *Рего В.Л., Варга Я.В., Король І.І.* Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку Частина II: навчальний посібник. – Ужгород, 2022 р. – 124 с.

Допоміжна література

1. *Головатий Ю. Д., Кирилич В. М., Лавренюк С. П.* Диференціальні рівняння: навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 407 с.
2. *Замалетдінова Ф. І.* Методи розв'язування диференціальних рівнянь. – Львів. Вид-во Львівського ун-ту, 1961. – 200 с.
3. *Ляшко І. І., Боярчук О. К., Гай Я. Г., Калайда О. Ф.* Диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1981 – 504 с.
4. *Шкіль М. І., Сотніченко М. А.* Звичайні диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1992. – 304 с.
5. *Трищ Б. М.* Практикум з вищої математики. Модуль 8. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 112 с.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. <https://dspace.uzhnu.edu.ua> (репозитарій ДВНЗ «Ужгородський національний університет»)
2. https://uk.wikipedia.org/wiki/Диференціальні_рівняння
3. <http://difur.in.ua/studentam/lektsii/>

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____ Маринець В.В.
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___ / 20___ н. р. без змін; зі змінами (Додаток ___).
(потрібне підкреслити)

протокол № ___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище, ініціали)