

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА КОМП’ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ



ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан інженерно-технічного
факультету

доц. Йолана ГОЛИК

“26” березня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Галузь знань – G – Інженерія, виробництво та будівництво

Спеціальності – G19 – Будівництво та цивільна інженерія

Освітня програма – Міське будівництво та господарство

Статус дисципліни – обов’язкова

Мова навчання – українська

Ужгород – 2025

Робоча програма навчальної дисципліни «Вища математика» для здобувачів вищої освіти галузі знань G – Інженерія, виробництво та будівництво спеціальності – G19 – Будівництво та цивільна інженерія освітньої програми Міське будівництво та господарство – 33 с.

Розробник:

Балога С.І., доцент, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп'ютерних систем та мереж

протокол 13 від «25» червня 2025 р.

Завідувач кафедри _____ доц. Петро ГОРВАТ
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено науково-методичною комісією інженерно-технічного факультету
протокол 6 від «27» червня 2025 р.

Голова науково-методичної комісії _____ доц. Володимир ЦИГИКА
(підпис) (прізвище та ініціали)

© Світлана Балога, 2025 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2025 р.

1 ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС – 6/5	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 180/150 год	1-й	1-й
Кількість модулів – 4	Семестр	
	1-й та 2-й	1-й та 2-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 5,3/4,9 години самостійної роботи студента – 5,3/4,9 години	Лекції	
	36/36 год	22 год
	Практичні (семінарські)	
	54/38 год	20 год
Вид підсумкового контролю: екзамен/ екзамен	Лабораторні	
	-	-
Форма підсумкового контролю: усно	Самостійна робота	
	90/76 год	288 год
	Індивідуальна робота	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета **дисципліни** – формування розвитку логічного і алгоритмічного мислення, вивченні основ математичного апарату, який необхідний для розв’язання теоретичних і практичних задач техніки, підвищити загальний рівень математичної культури.

Відповідно до освітньої програми, вивчення навчальної дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких загальних (ЗК) та спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02. Знання та розуміння предметної області та професійної діяльності.

ЗК06. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

СК01. Здатність використовувати концептуальні наукові та практичні знання з математики, хімії та фізики для розв’язання складних практичних проблем в галузі будівництва та цивільної інженерії.

3 ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Вищої математики» знання студентами курсу «Математика» в обсязі середньої школи.

4 ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Міське будівництво та господарство», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Застосовувати основні теорії, методи та принципи математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук, сучасні моделі, методи та програмні засоби підтримки прийняття рішень для розв’язання складних задач будівництва та цивільної інженерії.	ПРН01

Застосовувати сучасні інформаційні технології для розв'язання інженерних та управлінських задач будівництва, цивільної інженерії, планування міських територій.	ПРН06
---	-------

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти після опанування навчальної дисципліни «Вища математика»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Знати розв'язувати системи лінійних рівнянь, основи векторної алгебри, рівняння прямої на площині, прямої і площини у просторі, рівняння кривих другого порядку, основні властивості границь, основні формули та теореми диференціального та інтегрального обчислення, основні положення та методи рішень звичайних диференціальних рівнянь, теорію ймовірностей та математичну статистику і застосовувати у будівництві та цивільній інженерії.	ПРН1
Вміти розв'язувати, обґрунтовувати та аналізувати задачі будівництва, цивільної інженерії, планування міських територій, застосовуючи сучасні інформаційні технології, провести аналіз отриманого рішення, застосовувати математичні методи до задач у галузі будівництва.	ПРН6

5 ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

5.1 Засоби оцінювання та методи демонстрації результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрації результатів навчання з навчальної дисципліни є:

1. Усне опитування (індивідуальне, комбіноване).
2. Практична перевірка сформованих вмінь.
3. Тестовий контроль (відкриті та закриті тестові завдання).
4. Самостійні роботи по вивченим темам.

5.2. Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Робоча програма з дисципліни «Вища математика», що читається на першому курсі ІТФ спеціальності «Будівництво та цивільна інженерія» має чотири модуля, кожен з яких в свою чергу складається з двох змістових модулів. Для контролю знань розроблений перелік (наведено в додатку) теоретичних питань та типових завдань для самостійної роботи, зі змістом яких студенти знайомляться на початку семестру. Кожний модуль оцінюється максимально в 100 балів. В кінці дисципліни виводиться рейтинговий бал, який визначається як середньоарифметичне балів з двох модулів.

Форма модульного контролю: індивідуальна письмова контрольна робота.

Форма підсумкового семестрового контролю: усний екзамен.

5.3 Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1): ЗМ – змістовий модуль

Поточне оцінювання та самостійна робота				Модульна контрольна робота	Сума
ЗМ1, Т1-4	ЗМ1,Т 5-8	ЗМ1,Т9-13	ЗМ2, Т1-6	50	100
15	10	10	15		

5.4 Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2): ЗМ – змістовий модуль

Поточне оцінювання та самостійна робота				Модульна контрольна робота	Сума
ЗМ1, Т1-4	ЗМ1,Т 5-8	ЗМ2,Т1-3	ЗМ2, 4-8	50	100
15	10	10	15		

5.5 Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 3): ЗМ – змістовий модуль

Поточне оцінювання та самостійна робота				Модульна контрольна робота	Сума
ЗМ1, Т1-4	ЗМ1,Т5-7	ЗМ2,Т1-4	ЗМ2, Т5-8	50	100
15	10	15	10		

5.6 Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 4): ЗМ – змістовий модуль

Поточне оцінювання та самостійна робота			Модульна контрольна робота	Сума
ЗМ1, Т 1-4	ЗМ1,Т 5-7	ЗМ2, Т1-6	50	100
15	15	20		

5.7 Оцінювання окремих видів навчальної роботи з дисципліни

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
	К-сть	Макс. кількість балів (сумарна)	К-сть	Макс. кількість балів (сумарна)	К-сть	Макс. кількість балів (сумарна)	К-сть	Макс. кількість балів (сумарна)
Практичні заняття	-	20	-	20	-	20	-	20
Поточне тестування (опитування)	-	20	-	20	-	20	-	20
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	1	10	1	10	1	10	1	10
Модульна контрольна	1	50	1	50	1	50	1	50
Разом		100		100		100		100

5.8 Критерії оцінювання проміжного модульного контролю

Основою модульного контролю є виконання контрольної роботи. Кожна модульна контрольна робота виконуються студентами денної форми навчання під час аудиторних лекційних занять, а студентами заочної форми навчання – за рахунок часу, виділеного для самостійної роботи.

Кожна модульна контрольна робота містить 5 завдання. Із них два завдання направлені на визначення рівня засвоєння теоретичного матеріалу і оцінюються від 0 до 10 балів кожне. Три завдання є практичними для перевірки набутих студентом навичок і оцінюються від 0 до 10 балів.

Завдання для визначення рівня засвоєння теоретичного матеріалу надаються у вигляді окремих питань із програми дисципліни (див. розділ 6 робочої програми), на які необхідно дати розширену відповідь. Перелік питань, які виносяться на модульний контроль та типові практичні завдання, міститься у додатку 1 робочої програми.

У процесі навчання за програмою даної навчальної дисципліни заплановано освоєння деяких розділів робочої програми в системі неформальної освіти. Дана форма навчання проводиться переважно в рамках виконання здобувачами самостійної роботи під час кожного з модулів. Для цього у процесі вивчення навчальної дисципліни викладач доносить до здобувачів ті розділи робочої програми та конкретні форми неформальної освіти, у рамках яких визначені розділи можуть бути здобувачем вивчені. Вивчення окремих розділів у системі неформальної освіти прирівнюється виконанням завдань самостійної роботи за відповідними темами дисципліни. У загальному випадку набуті в системі неформальної освіти знання студента можуть бути оцінені від 0 до 15 балів.

5.9 Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

До складання екзамену допускаються лише студенти, які мають підсумковий рейтинговий бал не менше 35. Екзамен з навчальної дисципліни студент може не складати, якщо його підсумкова рейтингова оцінка не менша 60 балів. У такому разі його рейтингова оцінка є й оцінкою іспиту. Студент може підвищити на екзамені свою оцінку, але при цьому рейтингова оцінка не може бути зменшена. Оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни проводиться за прийнятими у ВУЗі шкалою:

Шкала оцінювання: вузу (ECTS та національна)

Сумарні бали	Оцінка ECTS	Екзамен (диф.залік)	Залік
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
82 – 89	B	Добре	
74 – 81	C		
64 – 73	D	Задовільно	
60 – 63	E		
35 – 59	FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано з можливістю повторного складання
1 – 34	F	Незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	Не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

Необхідною умовою допуску до підсумкового екзамену є написання студентом модульних контрольних робіт.

Завдання для складання екзамену формуються у вигляді екзаменаційного білету і переліку питань до модульних контрольних.

6 ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1 Зміст навчальної дисципліни

Модуль 1

Змістовий модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри. Аналітична геометрія.

Тема 1. Елементи теорії визначників.

Визначники 2-го і 3-го порядку та їх властивості. Мінори та алгебраїчні доповнення. Поняття про визначники вищих порядків. Обчислення визначника розкладанням його за елементами рядка (стовпця).

Тема 2. Матриці та дії над ними. Поняття про матриці. Рівність матриць. Додавання матриць. Множення матриці на числа. Добуток матриць. Одинична матриця. Транспонована матриця. Обернена матриця.

Тема 3. Системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь правилом Крамера. Матричний розв'язок систем лінійних рівнянь.

Тема 4. Загальна теорія систем лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Лінійні однорідні системи рівнянь.

Тема 5. Вектори і лінійні операції над ними. Скалярні і векторні величини. Основні означення: вектор, модуль вектора, одиничний вектор, колінеарні вектори, рівні вектори, протилежні вектори. Лінійні операції над векторами. Кут між векторами. Проекція вектора на вісь.

Тема 6. Лінійна залежність векторів. Базис. Лінійна залежність і незалежність векторів на площині і в просторі. Компланарні вектори. Базис на площині і в просторі. Прямокутний декартовий базис. Розклад вектора на складові по осях координат. Ділення відрізка в заданому відношенні. Напрямні косинуси вектора. Умова колінеарності двох векторів.

Тема 7. Скалярний добуток векторів. Означення скалярного добутку двох векторів та його властивості. Вираження скалярного добутку через координати векторів. Косинус кута між двома векторами. Умова перпендикулярності двох векторів.

Тема 8. Векторний і змішаний добуток векторів. Означення векторного добутку та його властивості. Вираження векторного добутку через проекції векторів. Умова колінеарності двох векторів. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів. Геометричний зміст змішаного добутку. Умова компланарності трьох векторів.

Тема 9. Пряма лінія на площині. Нормальний вектор прямої. Рівняння прямої, що проходить через дану точку перпендикулярно заданому вектору. Загальне рівняння прямої. Точки перетину прямих. Непрямий вектор прямої. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через задану точку в заданому напрямку. Пучок прямих. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Обчислення кута між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності двох прямих. Відстань від точки до прямої.

Тема 10. Пряма і площина у просторі. Нормальний вектор площини. Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору. Загальне рівняння площини. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин. Відстань від точки до площини. Загальне рівняння прямої в просторі. Векторне рівняння прямої. Параметричне рівняння прямої. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямої і площини.

Тема 11. Криві другого порядку. Коло, еліпс, гіпербола, парабола, їх геометричні властивості і рівняння. Технічне застосування геометричних властивостей кривих другого порядку. Зведення загального рівняння другого порядку до канонічного виду.

Тема 12. Перетворення координат. Полярні координати. Зв'язок між декартовими і полярними координатами. Паралельний перенос осей координат. Поворот осей координат.

Тема 13. Поверхні другого порядку. Сфера, циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд. Геометричні властивості цих поверхонь та їх технічне застосування.

Змістовий модуль 2. Вступ до математичного аналізу.

Тема 1. Змінна величина. Послідовність. Функція. Змінні і постійні величини. Функція. Область визначення функції. Числова послідовність. Способи визначення функції. Основні елементарні функції та їх графіки. Складна функція. Алгебраїчні функції. Парні і непарні функції, періодичні функції. Обмежені функції.

Тема 2. Границя змінної величини і функції. Границя послідовності. Односторонні границі. Нескінченно мала та нескінченно велика величини та їх властивості. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими величинами. Границя змінної величини. Границя функції. Границя послідовності. Основні теореми про границі. Перша і друга чудові границі. Натуральні логарифми.

Тема 3. Неперервність функції. Неперервність функції в точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність елементарних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність складної функції.

Тема 4. Похідна функції. Приріст аргументу і приріст функції. Означення похідної, її механічний і геометричний зміст. Диференційованість функції. Похідна оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій. Похідна складної функції. Неявна функція і її похідна. Похідна функції, заданої параметрично. Таблиця похідних. Основні правила диференціювання. Диференціювання складної функції. Похідні основних елементарних функцій. Похідні вищих порядків.

Тема 5. Диференціал функції. Диференціал функції та його геометричний зміст. Зв'язок диференціала з похідною. Диференціал складної функції. Інваріантність форми диференціала першого порядку. Застосування диференціала для наближених обчислень. Диференціали вищих порядків.

Тема 6. Деякі теореми про диференційовані функції. Теореми Ферма, Роля, Коші та їх застосування. Правила Лопітала. Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Розклад функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$ за допомогою формули Тейлора (Маклорена). Застосування формули Тейлора.

Модуль 2.

Змістовий модуль 1. Застосування диференціального числення для дослідження функцій і побудови їх графіків. Елементи вищої алгебри.

Тема 1. Монотонність і екстремум функції. Необхідні і достатні умови зростання і спадання функції. Максимум і мінімум функції. Необхідна і достатня умови екстремуму функції. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції, диференційованої на відрізку.

Тема 2. Опуклість і вгнутість кривих. Поняття опуклості і вгнутості графіка функції. Достатні умови. Точки перегину. Необхідна умова точки перегину. Достатні умови точки перегину.

Тема 3. Асимптоти графіків функцій. Поняття вертикальної асимптоти та її визначення. Означення похилої асимптоти. Необхідна та достатня умови похилої асимптоти.

Тема 4. Загальна схема дослідження функцій і побудови їх графіків.

Тема 5. Наближені методи обчислення коренів рівняння. Метод ділення відрізка навпіл, метод дотичних та метод хорд.

Тема 6. Кривина плоскої і просторової лінії. Кривина плоскої кривої та її обчислення. Вектор-функція скалярного аргументу. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі. Обчислення кривини просторової лінії.

Тема 7. Комплексні числа та операції над ними. Комплексні числа. Зображення комплексних чисел на площині. Модуль і аргумент комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа. Корені з комплексного числа.

Тема 8. Многочлени та раціональні функції. Многочлени. Теорема Без'у. Основна теорема алгебри. Розклад многочлена на лінійні множники. Розклад многочлена з дійсними коефіцієнтами на лінійні та квадратні множники. Правильні і неправильні раціональні дробі. Виділення цілої частини в неправильному дробі. Розклад правильних раціональних дробів на найпростіші. Поняття про інтерполяцію та апроксимацію.

Змістовий модуль 2. Основи інтегрального числення. Функції багатьох змінних.

Тема 1. Невизначений інтеграл та його властивості. Поняття первісної та невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів. Основні властивості невизначеного інтегралу.

Тема 2. Основні методи інтегрування. Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами. Інтегрування раціональних дробів. Приклади.

Тема 3. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та ірраціональні функції. Інтегрування деяких виразів, що містять тригонометричні функції. Інтегрування диференціальних біномів. Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.

Тема 4. Визначений інтеграл та його властивості. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Інтегральна сума. Означення визначеного інтегралу. Визначений інтеграл із змінною верхньою межею. Властивості визначеного інтегралу.

Тема 5. Обчислення визначених інтегралів. Формула Ньютона-Лейбніца та її застосування для обчислення визначених інтегралів. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Приклади.

Тема 6. Наближені методи обчислення визначених інтегралів. Наближене обчислення визначеного інтеграла за формулами прямокутників, трапецій і Сімпсона.

Тема 7. Невласні інтеграли. Інтеграли з нескінченими межами. Інтеграли від розривних функцій.

Тема 8. Застосування визначених інтегралів. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'єму тіла за відомими площами поперечних перерізів. Обчислення об'єму та площі поверхні тіла обертання. Довжина дуги. Обчислення роботи. Обчислення тиску рідини на вертикальну пластину.

Тема 9. Функція багатьох змінних її границя та неперервність. Означення функції декількох змінних. Область визначення. Границя функції декількох змінних. Неперервність функцій декількох змінних.

Тема 10. Диференціальне числення функції багатьох змінних. Часткові похідні. Повний диференціал та його зв'язок з частковими похідними. Інваріантність форми повного диференціалу. Дотична площина й нормаль до поверхні. Геометричний зміст повного диференціалу. Частинні похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Неявні функції. Теорема існування. Диференціювання неявних функцій.

Тема 11. Екстремуми функцій багатьох змінних. Екстремуми функцій декількох змінних. Необхідні умови екстремуму. Достатні умови екстремуму. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа. Метод найменших квадратів. Приклади застосування для пошуку оптимальних розв'язків інженерно-технічних задач.

Модуль 3.

Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння. Системи диференціальних рівнянь. Числові і функціональні ряди.

Тема 1. Загальні поняття та означення. Диференціальні рівняння першого порядку. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.

Тема 2. Однорідні диференціальні рівняння і рівняння, що зводяться до них, лінійні диференціальні рівняння. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Загальний і частковий розв'язки. Метод варіації сталої. Рівняння Бернуллі.

Тема 3. Задача Коші. Теорема існування і єдиності. Рівняння в повних диференціалах.

Тема 4. Обвідна, особливі розв'язки. Рівняння Клеро і Лагранжа.

Тема 5. Диференціальні рівняння вищих порядків. Пониження порядку рівняння. Застосування до розв'язування задач механіки.

Тема 6. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків (загальна теорія). Лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих і невизначених коефіцієнтів.

Тема 7. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші. Теорема існування і єдиності. Системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.

Змістовий модуль 2. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли. Числові та функціональні ряди.

Тема 1. Подвійні інтеграли, їх властивості і обчислення.

Тема 2. Потрійні інтеграли, їх властивості і обчислення.

Тема 3. Застосування подвійних і потрійних інтегралів.

Тема 4. Криволінійні інтеграли 1-го і 2-го роду. Означення криволінійних інтегралів 1-го і 2-го роду, їх обчислення. Незалежність інтегрування від форми шляху. Застосування криволінійних інтегралів. Поняття про поверхневі інтеграли. Площа поверхні.

Тема 5. Числові ряди. Збіжність і сума ряду. Методи дослідження збіжності. Ознаки порівняння, Д'аламбера, Коші, інтегральна ознака. Знакочергуючі ряди і ряди з довільними членами. Абсолютна і умовна збіжність рядів. Ознака Лейбніца.

Тема 6. Функціональні ряди. Області збіжності. Рівномірна збіжність диференціювання та інтегрування рядів.

Тема 7. Степеневі ряди. Радіус збіжності. Ряди Тейлора і Маклорена. Застосування рядів в наближених обчисленнях.

Тема 8. Ряди Фур'є, їх властивості та застосування.

Модуль 4.

Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей.

Тема 1. Елементи теорії сполук. Події. Класифікація подій. Класичне означення ймовірності. Відносна частота події, статистичне означення ймовірності.

Тема 2. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій. Повна група подій. Теорема множення ймовірностей незалежних подій.

Тема 3. Ймовірність появи хоча б однієї події. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей залежних подій. Формула повної ймовірності. Ймовірність гіпотез – формула Байєса.

Тема 4. Повторення випробувань. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Оцінка відхилення відносної частоти від ймовірності події. Найімовірніше число появи події в незалежних випробуваннях

Тема 5. Дискретні і неперервні випадкові величини. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Найпростіший потік подій. Математичне сподівання та його властивості. Ймовірнісний зміст математичного сподівання.

Тема 6. Дисперсія та середньоквадратичне відхилення. Дисперсія біноміально та рівномірно розподілених випадкових величин. Властивості дисперсії. Початкові і центральні моменти.

Тема 7. Деякі типи розподілів. Нормальний розподіл.

Змістовий модуль 2. Математична статистика.

Тема 1. Поняття про вибірковий метод. Генеральна сукупність та вибірка. Емпіричні (статистичні) розподіли. Основні числові характеристики вибірки: вибіркова середня, середня степенева, середнє геометричне, мода, медіана, розмах, вибіркова дисперсія, вибіркове середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, початковий і центральний моменти.

Тема 2. Статистичні оцінки параметрів. Незсуненість, ефективність і спроможність оцінок. Теорема про вибіркову середню. Виправлена дисперсія як незсунена оцінка генеральної дисперсії

Тема 3. Методи одержання статистичних оцінок. Метод моментів та метод найбільшої правдоподібності.

Тема 4. Довірчий інтервал для математичного сподівання.

Тема 5. Перевірки статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.

Тема 6. Елементи теорії кореляції та регресії. Основні поняття, вибіркового коефіцієнта кореляції, вибірконе кореляційне відношення, вибірконе рівняння прямої лінії регресії. Нелінійна регресія. Поняття про множинну кореляцію.

6.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					у тому числі					
		лекції	практичні	лабораторні	індивідуальна	самостійна	Усього	лекції	практичні	лабораторні	індивідуальна	самостійна
<i>I</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>
Модуль 1												
Тема 1. Елементи теорії визначників	6	1	3			2	6	1	-			5
Тема 2. Матриці та дії над ними.	4	1	2			1	4	1	-			3
Тема 3. Системи лінійних рівнянь.	4	1	3			1	4	1	-			3
Тема 4. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.	3	1	-			2	3	-	-			3
Тема 5. Вектори і лінійні операції над ними.	3	1	1			1	3	-	-			3
Тема 6. Лінійна залежність векторів. Базис.	4	-	-			4	4	-	-			4
Тема 7. Скалярний добуток векторів.	4	1	2			1	4	-	1			3
Тема 8. Векторний і змішаний добуток векторів.	6	2	2			2	6	1	-			5
Тема 9. Пряма лінія на площині.	4	1	2			1	4	-	1			3
Тема 10. Пряма і площа у просторі.	6	2	-			4	6	-	-			6
Тема 11. Криві другого порядку.	6	3	3			-	6	-	1			5
Тема 12. Перетворення координат.	4	-	-			4	4	-	-			4
Тема 13. Поверхні другого порядку.	6	-	-			6	6	-	-			6
Разом зі змістовим модулем 1	60	12	18			30	60	4	3			53
Тема 1. Змінна величина. Послідовність. Функція.	6	1	2			3	6	-	1			5

Тема 2. Границя змінної величини і функції. Границя послідовності. Односторонні границі.	6	1	2			3	6	1	-			5
Тема 3. Неперервність функції.	6	1	2			3	6	-	-			-
Тема 4. Похідна функції.	8	2	2			4	8	1	1			6
Тема 5. Диференціал функції.	2	1	-			1	2	-	-			2
Тема 6. Деякі теореми про диференційовані функції.	2	-	-			2	2	-	-			2
Разом зі змістовим модулем 2	30	6	8			16	30	2	2			26
Усього за модуль 1	90	18	26			46	90	6	5			79
Модуль 2												
Тема 1. Монотонність і екстремум функції.	6	2	2			2	6	1	1			2
Тема 2. Опуклість і вгнутість кривих.	6	2	2			2	6	-	1			5
Тема 3. Асимптоти графіків функцій.	6	1	2			3	6	-	-			6
Тема 4. Загальна схема дослідження функцій і побудови їх графіків.	10	1	3			6	10	-	-			10
Тема 5. Наближені методи обчислення коренів рівняння.	4	-	-			4	4	-	-			4
Тема 6. Кривина плоскої і просторової лінії.	4	-	-			4	4	-	-			4
Тема 7. Комплексні числа та операції над ними.	4	1	3			-	4	1	1			2
Тема 8. Многочлени та раціональні функції.	4	1	2			1	4	-	-			4
Разом зі змістовим модулем 1	44	8	14			22	44	2	3			39
Тема 1. Невизначений інтеграл та його властивості.	2	1	1			-	2	-	-			2
Тема 2. Основні методи інтегрування.	6	1	3			2	6	-	1			5
Тема 3. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та ірраціональні функції.	6	1	2			3	6	1	-			5
Тема 4. Визначений інтеграл та його властивості	4	1	-			3	4	-	-			4
Тема 5. Обчислення визначених інтегралів.	8	1	2			5	8	1	-			7
Тема 6. Наближені методи обчислення визначених	4	1	-			3	4	-	-			4

інтегралів.												
Тема 7. Невласні інтеграли.	4	1	1			2	4	-	-			4
Тема 8. Застосування визначених інтегралів.	6	2	3			1	6	1	1			4
Тема 9. Функція багатьох змінних її границя та неперервність.	2	1	-			1	2	-	-			2
Тема 10. Диференціальне числення функції багатьох змінних.	2	-	-			2	2	-	-			2
Тема 11. Екстремуми функцій багатьох змінних.	2	-	-			2	2	-	-			2
Разом зі змістовим модулем 2	46	10	14			22	46	4	2			40
Усього за модуль 2	90	18	28			44	90	6	5			79
Усього годин за семестр I	180	36	54			90	180	12	10			158
Модуль 3												
Тема 1. Загальні поняття та означення. Диференціальні рівняння першого порядку.	4	1	1			2	4	1	-			3
Тема 2. Однорідні диференціальні рівняння і рівняння, що зводяться до них, лінійні диференціальні рівняння.	6	2	2			2	6	1	1			4
Тема 3. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку. Рівняння в повних диференціалах.	6	1	1			4	6	-	-			6
Тема 4. Обвідна, особливі розв'язки. Рівняння Клеро і Лагранжа.	6	2	1			3	6	1	-			5
Тема 5. Диференціальні рівняння вищих порядків.	6	1	-			5	6	-	-			6
Тема 6. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.	10	1	2			7	10	-	1			9
Тема 7. Системи звичайних диференціальних рівнянь.	7	2	1			4	7	-	-			4
Разом із змістовим модулем 1	45	10	8			27	45	3	2			38
Тема 1. Подвійні інтеграли, їх властивості і обчислення.	4	1	2			1	4	1	-			3
Тема 2. Потрійні інтеграли, їх властивості і обчислення.	4	1	-			3	4	-	-			4
Тема 3. Застосування подвійних і потрійних інтегралів.	6	1	2			3	6	-	1			5

Тема 4. Криволінійні інтеграли 1-го і 2-го роду.	6	2	2			2	6	-	1			5
Тема 5. Числові ряди.	4	1	2			1	4	1	-			3
Тема 6. Функціональні ряди.	2	-	-			2	2	-	-			2
Тема 7. Степеневі ряди.	4	1	2			1	4	-	1			3
Тема 8. Ряди Фур'є, їх властивості та застосування.	5	2	2			1	5	1	-			1
Разом зі змістовим модулем 2	35	10	12			13	35	3	3			30
Усього за модуль 3	80	20	20			40	80	6	6			68
Модуль 4												
Тема 1. Елементи теорії сполук. Події. Класифікація подій. Класичне означення ймовірності. Відносна частота події, статистичне означення ймовірності.	6	2	1			3	6	1	-			5
Тема 2. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій. Повна група подій. Теорема множення ймовірностей незалежних подій.	6	1	2			3	6	-	-			6
Тема 3. Ймовірність появи хоча б однієї події. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей залежних подій. Формула повної ймовірності. Ймовірність гіпотез – формула Байєса.	6	1	1			4	6	-	-			6
Тема 4. Повторення випробувань.	6	2	1			3	6	-	1			5
Тема 5. Дискретні і неперервні випадкові величини.	6	1	1			4	4	1	-			5
Тема 6. Дисперсія та середньоквадратичне відхилення.	4	1	2			1	6	-	1			13
Тема 7. Деякі типи розподілів. Нормальний розподіл.	6	2	1			3	40	-	-			6
Разом зі змістовим модулем 1	40	10	10			20	6	2	12			36
Тема 1. Поняття про вибірковий метод.	4	1	-			3	4	1	-			3
Тема 2. Статистичні оцінки параметрів.	8	2	2			4	8	-	1			7
Тема 3. Методи одержання	4	1	-			3	4	-	-			4

статистичних оцінок.												
Тема 4. Довірчий інтервал для математичного сподівання.	4	2	2			-	4	1	-			3
Тема 5. Перевірки статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.	4	-	1			3	4	-	-			4
Тема 6. Елементи теорії кореляції та регресії.	6	-	3			3	6	-	1			5
Разом зі змістовим модулем 2	30	6	8			16	30	2	2			26
Усього за модуль 4	70	16	18			36	70	4	4			62
Усього годин за семестр II	150	36	38			76	150	10	10			130

6.3. Теми практичних занять

Модуль 1

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи теорії визначників.	3
2	Матриці та дії над ними.	2
3	Системи лінійних рівнянь.	3
4	Вектори і лінійні операції над ними.	1
5	Скалярний добуток векторів.	2
6	Векторний добуток векторів. Змішаний добуток векторів.	2
7	Пряма лінія на площині.	2
8	Криві другого порядку.	3
9	Послідовність та її границя. Функції.	2
10	Границя функції. Чудові границі.	2
11	Неперервність функцій.	2
12	Похідна функції. Таблиця похідних. Похідна складеної функції. Похідні вищих порядків.	2
Разом за модуль 1		26

Модуль 2

1	Монотонність та екстремум функції. Найбільше і найменше значення функції.	2
2	Опуклість і вгнутість кривих, точки перегину. Асимптоти графіків функцій.	2
3	Дослідження функцій і побудови їх графіків.	2
4	Наближені методи обчислення коренів рівняння.	3

7	Многочлени та раціональні функції	3
8	Невизначений інтеграл.	1
9	Основні методи інтегрування.	3
10	Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та ірраціональні функції.	2
11	Невласні інтеграли.	2
12	Похідні і повні диференціали функцій багатьох змінних.	1
13	Екстремуми функцій багатьох змінних.	3
Разом за семестр1		54

Модуль 3

1	Диференціальні рівняння першого порядку.	6
2	Особливі розв'язки диференціальних рівнянь. Рівняння Лагранжа і Клеро.	2
3	Диференціальні рівняння вищих порядків.	1
4	Лінійні однорідні і неоднорідні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами.	6
5	Подвійні інтеграли, їх застосування.	2
6	Криволінійні інтеграли, їх застосування.	2
7	Числові ряди.	2
8	Функціональні ряди.	2
Разом за модуль 3		26

Модуль 4

1	Елементи теорії сполук. Події, їх класифікація. Класичне і статистичне означення ймовірності.	1
2	Теореми додавання і множення ймовірностей.	2
3	Теорема множення ймовірностей залежних подій. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.	1
4	Повторення випробувань.	1
5	Дискретні і неперервні випадкові величини.	1
6	Дисперсія та середнє квадратичне відхилення.	2
7	Статистичні оцінки параметрів.	2
8	Довірчий інтервал для математичного сподівання.	2
9	Перевірки статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.	1

10	Елементи теорії кореляції та регресії.	3
	Разом за семестр 2	38

6.4. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма навчання	Заочна форма навчання
1	Елементи лінійної та векторної алгебри.	14	29
2	Аналітична геометрія.	15	23
3	Вступ до математичного аналізу. Основні поняття про функцію. Похідна.	16	26
4	Застосування диференціального числення для дослідження функцій і побудови їх графіків.	13	23
5	Наближені методи обчислення коренів рівняння. Кривина плоскої і просторової лінії.	8	14
6	Комплексні числа та операції над ними.	-	2
7	Многочлени та раціональні функції.	1	4
8	Основи інтегрального числення.	13	22
9	Наближені методи обчислення визначених інтегралів.	3	4
10	Невласні інтеграли.	2	4
11	Функції багатьох змінних.	5	6
	Разом за семестр 1	90	158
1	Диференціальні рівняння.	23	29
2	Системи диференціальних рівнянь.	4	7
3	Подвійні інтеграли, їх обчислення, застосування.	1	3
4	Потрійні інтеграли, їх обчислення, застосування.	3	4
5	Криволінійні інтеграли першого та другого роду.	2	5
6	Числові, функціональні, степеневі ряди.	2	1
7	Ряди Фур'є, їх властивості та застосування.	1	4
8	Теорія ймовірностей.	20	36
9	Математична статистика.	16	26
	Разом за семестр 2	76	130

**7 ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ,
ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА**

процесів вивчення дисципліни передбачається використання мультимедійної аудиторії з комп'ютером, відеопроєктором та аудіо системою. Використовуються традиційні методи навчання: лекції, практичні заняття, самостійна та індивідуальна робота студентів, консультації.

8 РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. К: А.С.К., 2006. 648 с.
2. Вища математика: Збірник задач: Навч. посібник / Дубовик В.П., Юрик І.І. Вовкодав І.П. та ін. К: А.С.К., 2005. 480 с.
3. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 1. Основні розділи / Г.Й. Призва та ін. – 400 с.
4. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 2. Спеціальні розділи / Г.Л. Кулініч та ін. – 368 с.
5. Овчинников П.П., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч.1. – К.: Техніка, 2003. – 600 с.
6. Овчинников П.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник: У 2 ч. Ч.2. – К.: Техніка, 2004. – 792 с.

Додаток 1

Перелік питань до першого змістового контролю модуля 1

1. Визначники другого і третього порядку та їх властивості.
2. Мінори та алгебраїчні доповнення. Обчислення визначника розкладанням його за елементами рядка (стовпця).
3. Поняття про матриці. Рівність матриць. Додавання матриць. Множення матриці на число. Добуток матриць. Одиначна матриця. Транспонована матриця. Обернена матриця.
4. Розв'язування систем лінійних рівнянь правилом Крамера.
5. Матричний розв'язок систем лінійних рівнянь.
6. Ранг матриці. Теореми Крамера-Капеллі.
7. Лінійні однорідні системи рівнянь.
8. Скалярні і векторні величини. Основні означення: вектор, модуль вектора, одиничний вектор, колінеарні вектори, рівні вектори, протилежні вектори.
9. Лінійні операції над векторами. Проекція вектора на вісь.
10. Лінійна залежність і незалежність векторів на площині і в просторі. Компланарні вектори. Базис на площині і в просторі.
11. Прямокутний декартовий базис. Розклад вектора на складові по осях координат.
12. Ділення відрізка в заданому відношенні.
13. Напрямні косинуси вектора. Умова колінеарності двох векторів.
14. Означення скалярного добутку двох векторів та його властивості. Вираження скалярного добутку через координати векторів.
15. Косинус кута між двома векторами. Умова перпендикулярності двох векторів.
16. Означення векторного добутку та його властивості. Вираження векторного добутку через проекції векторів. Умова колінеарності двох векторів.
17. Означення змішаного добутку та його властивості. Вираження змішаного добутку через координати векторів.
18. Геометричний зміст змішаного добутку. Умови компланарності трьох векторів.
19. Різні види прямої лінії на площині.
20. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої.
21. Нормальний вектор площини. Різні види площини. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин. Відстань від точки до площини.

22. Різнівиди прямої у просторі. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямої і площини.
23. Коло, еліпс, гіпербола і парабола, їх геометричні властивості і канонічні рівняння. Зведення загального рівняння другого порядку до канонічного виду.
24. Полярні координати. Зв'язок між декартовими і полярними координатами.
25. Паралельний перенос осей координат. Поворот осей координат.
26. Сфера, циліндричні та конічні поверхні.
27. Поверхні обертання: еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд. Геометричні властивості цих поверхонь та їх технічне застосування.

Типові завдання

1. Розв'язати рівняння:

$$\begin{vmatrix} \cos 8x & -\sin 5x \\ \sin 8x & \cos 5x \end{vmatrix} = 0.$$
2. Розв'язати нерівність:

$$\begin{vmatrix} x & 3x \\ 4 & 2x \end{vmatrix} < 14.$$
3. Користуючись лише властивостями визначника (не розгортаючи його), розв'язати рівняння:

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & x+1 \end{vmatrix} = 0.$$
4. Розв'язати за правилом Крамера систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = -3, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 2. \end{cases}$$
5. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним способом і методом Гаусса:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 8x_3 = 1, \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 - 4x_3 = 3. \end{cases}$$
6. Чи може вектор утворювати з координатними осями кути: $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$?
7. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi = 60^\circ$ причому $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$. Визначити $|\vec{a} + \vec{b}|$ і $|\vec{a} - \vec{b}|$.
8. На площині дано два вектора: $\vec{p} = \{2; -3\}$, $\vec{q} = \{1; 2\}$. Знайти розклад вектора $\vec{e} = \{3; 4\}$ по базису $\vec{p}, \vec{q}$.
9. Дано вершини чотирикутника: $A(1; -2; 2)$, $B(1; 4; 0)$, $C(-4; 1; 1)$, $D(-5; -5; 3)$. Довести, що діагоналі AC і BD взаємно перпендикулярні.
10. Дано три вектори: $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ і $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$. Обчислити $\text{пр}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$.
11. Дано точки $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$, $C(5; 2; 6)$. Обчислити площу трикутника ABC .
12. Встановити чи компланарні вектори $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$.
13. Дано трикутник з вершинами $A(-2; 0)$, $B(2; 4)$ і $C(4; 0)$. Написати рівняння сторін трикутника, медіани AE , висоти AD і знайти довжини висоти AD , і медіани AE , знайти також ΔABC .

14. Дано вершини трикутника: $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$ і $C(3; 5)$. Скласти рівняння перпендикуляра, проведеного з вершини A на медіану, яка проведена з вершини B .
15. Дано рівняння кола $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$. Скласти рівняння діаметра кола, який перпендикулярний до хорди $2x - y + 3 = 0$.
16. Дано еліпс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Знайти: 1) його осі, 2) фокуси, 3) ексцентриситет, 4) рівняння директрис.
17. Написати канонічне рівняння гіперболи, якщо відстань однієї з вершин до фокусів дорівнюють 9 і 1.
18. Написати рівняння параболи і її директриси, якщо парабола проходить через точки перетину прямої $x + y = 0$ і кола $x^2 + y^2 + 4y = 0$ і симетрична відносно осі OY . Побудувати коло, пряму і параболу.
19. Спростити рівняння і побудувати графік $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 3 = 0$.
20. Спростити рівняння і побудувати графік $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 = 0$.
21. Написати рівняння площини, яка проходить через точку $M_1(3; 4; -5)$ паралельно двом векторам $\vec{a}_1 = \{3; 1; -1\}$ і $\vec{a}_2 = \{1; -2; 1\}$.
22. Написати рівняння площини, яка проходить через три точки: $M_1(3; -1; 2)$, $M_2(4; -1; -1)$, $M_3(2; 0; 2)$.
23. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $M_0(2; -3; -5)$ і перпендикулярна до площини $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.
24. Знайти радіус R сфери, яка дотикається до площин: $3x + 2y - 6z - 15 = 0$, $3x + 2y - 6z + 55 = 0$.

Перелік питань до другого змістового контролю модуля 1

1. Змінні і постійні величини. Функція. Область визначення функції. Способи визначення функції.
2. Деякі властивості функцій: монотонність, обмеженість, парність і непарність, періодичність. Явні і неявні функції. Параметрично задані функції. Обернені функції. Складні функції.
3. Основні елементарні функції та їх графіки.
4. Означення та приклади числових послідовностей.
5. Нескінченно мала і нескінченно велика величина, зв'язок між ними, властивості нескінченно малих величин. Границя змінної величини, границя функції, границя послідовності. Основні теореми про границі.
6. Перша і друга чудові границі. Натуральні логарифми.
7. Неперервність функції в точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність елементарних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність складеної функції.
8. Приріст аргументу і приріст функції. Означення похідної, її механічний і геометричний зміст. Диференційованість функції.
9. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Основні правила диференціювання.
10. диференціювання складної функції. Похідні вищих порядків.
11. Диференціал функції, його геометричний зміст. Зв'язок диференціалу з похідною. Диференціал складної функції. Інваріантність форми диференціала першого порядку.
12. Застосування диференціала для наближених обчислень. Диференціали вищих порядків.
13. Теореми Роля, Лагранжа, Коші та їх застосування. Правило Лопітала.
14. Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Розклад функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$ за допомогою формули Тейлора (Маклорена). Застосування формули Тейлора.

Типові завдання

1. Знайти область визначення функцій:

а) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$, б) $y = \arcsin \frac{x-3}{2} + \lg(4-x)$.

2. Побудувати графік функції $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{2})$.

3. Знайти границі послідовності:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 2n - 1}}{n + 2}$, б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1 + 2 + 3 + \dots + n)$,

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$.

4. Знайти границі функцій:

а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$,

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1}$, г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{e^x - 2}$,

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$, е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$.

5. Користуючись означенням похідної, знайти $f'(x)$:

а) $y = x^3 - x$ у точці $x = 2$, б) $y = \sqrt[3]{x}$ у точці $x = 8$.

6. Знайти похідні функцій:

а) $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{3} + x^2$, б) $y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{1+x^2}$,

в) $y = (1 + \sin^2 x)^4$, г) $y = \frac{4x}{x^2 - 6} + x \operatorname{arctg} x$,

д) $y = 10^{1 - \sin^4 3x}$, е) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$,

є) $y = x^{\sin x}$, ж) $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$.

7. Знайти похідну функції, заданої неявно:

а) $x^3 + y^3 - 34xy = 0$, б) $y = \cos(x+y)$.

8. Знайти похідну функції, заданої параметрично:

а) $\begin{cases} x = a(j - \sin j) \\ y = a(1 - \cos j) \end{cases}$, б) $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$.

9. Знайти похідні другого порядку функцій:

а) $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$; б) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$,

в) $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$, г) $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$.

10. Знайти диференціали першого і другого порядків функцій:

а) $y = \operatorname{arctg} x$, б) $y = \sin^2 \frac{x}{4}$.

11. Довести, що функція $y = x^3 - 2x$ неперервна при всіх значеннях x .

12. Дослідити на неперервність функції. У випадку розривності, вказати на характер розриву функції у точці:

$$\text{а) } f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}, \quad \text{б) } y = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x \leq 1, \\ 2x, & \text{якщо } x > 1. \end{cases}$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{4}{2 + 3^{\frac{1}{x-1}}}.$$

13. Скласти рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = \frac{3}{x}$ у точці $M(1;3)$.

14. Через дві точки кривої $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$, що мають абсциси $x = 0$ та $x = 4$, проведена січна.

Знайти точку на цій кривій, в якій дотична паралельна до цієї січної.

15. Знайти границі, застосовуючи правило Лопіталля:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}, \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{e^x \sin \frac{a}{x}}{e^x}.$$

Перелік питань до першого змістового контролю модуля 2

1. Необхідні і достатні умови зростання і спадання функції.
2. Максимум і мінімум функції. Необхідна і достатня умови екстремуму функції. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції, диференційованої на відрізку.
3. Поняття опуклості і вгнутості графіка функції. Достатні умови.
4. Точки перегину. Необхідна і достатня умови точки перегину.
5. Поняття вертикальної асимптоти та її визначення. Означення похилої асимптоти та її визначення.
6. Загальна схема дослідження функцій і побудови їх графіків.
7. Метод ділення відрізка навпіл, метод дотичних.
8. Метод хорд.
9. Кривина плоскої кривої та її обчислення.
10. Вектор-функція скалярного аргументу.
11. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі. Обчислення кривини просторової лінії.
12. Поняття комплексних чисел. Зображення комплексних чисел на площині. Модуль і аргумент комплексного числа.
13. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, поданими в алгебраїчній формі.
14. Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, поданими в тригонометричній формі.
15. Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа.
16. Корені з комплексного числа.
17. Поняття многочлена. Теорема Безу. Основна теорема алгебри.
18. Розклад многочлена на лінійні множники.

Типові завдання

1. Знайти інтервали монотонності функції $y = x^2 e^{-x}$.
Відповідь: $(-\infty; 0)$ і $(2; \infty)$ - інтервали спадання, $(0; 2)$ - інтервал зростання.
2. Знайти екстремум функції $y = x - \ln(1 + x)$.
Відповідь: $y_{\min} = 0$ при $x = 0$.
3. Знайти екстремум функції $y = x + \sqrt{1 - x}$ за допомогою другої похідної.

Відповідь: $y_{\max} = \frac{5}{4}$ при $x = \frac{3}{4}$.

4. Знайти найбільше і найменше значення функції $y = x + 2\sqrt{x}$ на $[0; 4]$

Відповідь: (8 і 0).

5. Знайти точки перегину, інтервали опуклості і вгнутості графіка функції

$$y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5.$$

Відповідь: $\frac{25}{27}$; $\frac{250}{27}$ - точки перегину. Інтервали: опуклості - $(-\infty; \frac{25}{27})$; $(\frac{25}{27}; \frac{5}{3})$, вгнутості -

$$(\frac{25}{27}; \frac{5}{3}); (\frac{5}{3}; \infty).$$

6. Знайти асимптоти графіка функції $y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1}$.

Відповідь: $x = 1$ - вертикальна асимптота; $y = 2x + 5$ - похила асимптота.

7. Дослідити функцію $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ і побудувати її графік.

8. Знайти криву лінії $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ у початку координат.

Відповідь: 0.

9. Знайти криву лінії $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$ при $t = \frac{\pi}{2}$.

Відповідь: $\frac{2}{\pi a}$.

10. Визначити розміри відкритого басейну з квадратним одним об'ємом 32 м^3 так, щоб на його стіни і дно пішло найменша кількість матеріалу.

Відповідь: $4' 4' 2 \text{ м}$.

11. Огорожено довжиною 120м необхідно огородити прямокутну ділянку найбільшої площі. Знайти розміри прямокутної ділянки.

Відповідь: $30' 30 \text{ м}$.

12. Знайти рівняння дотичної прямої і паралельної площини до лінії $\begin{cases} x = at, \\ y = \frac{1}{2}at^2, \\ z = \frac{1}{3}at^3 \end{cases}$ у точці

$$(6a; 18a; 72a).$$

Відповідь: $\frac{x - 6a}{1} = \frac{y - 18a}{6} = \frac{z - 72a}{36}$; $x + 6y + 36z = 2706a$.

13. Знайти кривизну ліній:

а) $xy = 4$ у точці $(2; 2)$, б) $\begin{cases} x = 3t^2, \\ y = 3t - t^2 \end{cases}$ при $t = 1$.

14. Знайти i^{51} .

Відповідь: $-i$.

15. Подати число $-1 + i\sqrt{3}$ в тригонометричній і показниковій формах.

Відповідь: $-1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

16. Знайти частку $\frac{63+16i}{4+3i}$.

Відповідь: $12-5i$.

17. Обчислити всі чотири значення $x = \sqrt[4]{1}$.

Відповідь: $x_1 = 1; x_2 = i; x_3 = -1; x_4 = -i$.

18. Обчислити $\sqrt[3]{i}$.

Відповідь: $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+i) - \frac{1}{2}\sqrt{3}i; -i$.

19. Обчислити $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^6$.

Відповідь: -1 .

Перелік питань до другого змістового модульного контролю модуля 2

1. Поняття первісного та невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів.
2. Основні властивості невизначеного інтегралу.
3. Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами.
4. Інтегрування раціональних дробів.
5. Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій.
6. Інтегрування диференціальних біномів.
7. Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей.
8. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.
9. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Інтегральна сума. Означення визначеного інтегралу.
10. Визначений інтеграл із змінною верхньою межею.
11. Властивості визначеного інтегралу.
12. Формула Ньютона-Лейбніца.
13. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами.
14. Наближене обчислення визначеного інтеграла за формулами прямокутників, трапецій і Сімпсона.
15. Інтеграли з нескінченими межами. Інтеграли від розривних функцій.
16. Обчислення площ плоских фігур, об'єму тіла за відомими площами поперечних перерізів. Обчислення об'єму та площі поверхні тіла обертання.
17. Обчислення довжини дуги, роботи, тиску рідини на вертикальну площину.
18. Означення функції декількох змінних. Границя та неперервність функції декількох змінних.
19. Часткові похідні. Повний диференціал та його застосування. Дотична площина і нормаль до поверхні.
20. Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Диференціювання неявних функцій.
21. Екстремум функції декількох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму.
22. Метод найменших квадратів. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.

Типові завдання

1. Користуючись методом безпосереднього інтегрування, знайти інтеграли:

а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx,$

б) $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx,$

в) $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx,$

г) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 2x \cdot \sin^2 2x} dx,$

$$\begin{aligned} \text{д) } \int g^2 x dx, & \quad \text{е) } \int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx, \\ \text{е) } \int \frac{(1+2x^2)}{x^2(1+x^2)} dx. \end{aligned}$$

2. Використовуючи метод безпосереднього інтегрування та методом заміни змінної, знайти інтеграли:

$$\begin{aligned} \text{а) } \int e^x \sin(e^x) dx, & \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{1+\lg x}}, \\ \text{в) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}, & \quad \text{г) } \int \frac{(\arctg x)^2 dx}{1+x^2}, \\ \text{д) } \int \frac{dx}{(\arcsin x)^3 \sqrt{1-x^2}}, & \quad \text{е) } \int \frac{e^x dx}{e^x + 1}, \\ \text{е) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}. \end{aligned}$$

3. Використовуючи метод інтегрування частинами, знайти інтеграли:

$$\begin{aligned} \text{а) } \int \ln x dx, & \quad \text{б) } \int x \ln(x-1) dx, & \quad \text{в) } \int x e^{2x} dx, \\ \text{г) } \int x \arctg x dx, & \quad \text{д) } \int \sqrt{x} \ln x dx, & \quad \text{е) } \int \frac{x dx}{\cos^2 x}. \end{aligned}$$

4. Обчислити інтеграли, що містять тригонометричні, раціональні та ірраціональні функції:

$$\begin{aligned} \text{а) } \int \frac{dx}{x^2 + 3x - 10}, & \quad \text{б) } \int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx, & \quad \text{в) } \int \frac{x^3}{x^3 - x^2} dx, \\ \text{г) } \int \frac{dx}{1+x^3}, & \quad \text{д) } \int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2})}, & \quad \text{е) } \int \sqrt{x}(1 + \sqrt[3]{x})^4 dx, \\ \text{е) } \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}, & \quad \text{ж) } \int x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx, & \quad \text{з) } \int \sin^2 x \cos^3 x dx, \\ \text{і) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 2x - 1}}, & \quad \text{к) } \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}. \end{aligned}$$

5. Обчислити інтеграли:

$$\begin{aligned} \text{а) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx, & \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}, & \quad \text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx, \\ \text{г) } \int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}, & \quad \text{д) } \int_0^1 \ln(x+1) dx, & \quad \text{е) } \int_0^1 x^2 \sqrt{a-x^2} dx, \\ \text{е) } \int_0^1 x e^x dx, & \quad \text{ж) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}, & \quad \text{з) } \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}. \end{aligned}$$

6. Обчислити невластні інтеграли (або встановити їх розбіжність).

$$\begin{aligned} \text{а) } \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx, & \quad \text{б) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}, \\ \text{в) } \int_0^1 x \ln x dx, & \quad \text{г) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}. \end{aligned}$$

7. Знайти площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

- а) $y = 2x - x^2$, $y = x$, б) $y = x^2$, $y^2 = x$,
в) $y = x^2$, $y = 1 - x^2$, г) $4y - x^3 = 0$, $y - x = 0$.

8. Обчислити об'єми тіл, утворених обертанням навколо осі OX фігур, обмежених заданими лініями:

- а) $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$, б) $y = \sin x$ (однією півхвилею), $y = 0$,
в) $y^2 = 2px$, $x = h$, г) однією аркою циклоїди $\begin{cases} x = a(1 - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$,
д) $y = x^2$, $y^2 = x$.

9. Обчислити площу поверхні, утвореної обертанням лінії $3y - x^3 = 0$ навколо осі OX (від $x_1 = 0$, до $x_2 = a$).

10. Знайти площу поверхні, утвореної обертанням параболи $y^2 = 4ax$ навколо осі OX від вершини до точки з абсцисою $x = a$.

11. Знайти довжину дуги лінії $y = \ln(1 + x^2)$ (від $x_1 = 0$ до $x_2 = \frac{1}{2}$).

12. Знайти довжину дуги лінії $\begin{cases} x = R(\cos t + t \sin t) \\ y = R(\sin t - t \cos t) \end{cases}$, $(t_1 = 0, t_2 = \pi)$.

13. Знайти тиск води на одній із стінок акваріума, яка має довжину 60см, а висоту 20см.

14. Знайти шлях пройдений тілом від початку руху до зупинки, якщо визначається формулою $v = (6t - at^2)$ м/с.

15. Знайти частинні похідні першого порядку функцій:

- а) $z = \arctg \frac{x}{y}$, б) $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$.

16. Знайти повні диференціали функцій:

- а) $z = \arcsin \frac{x}{y}$, б) $z = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$.

17. Обчислити наближено (використовуючи повний диференціал):

- а) $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$, б) $1,04^{2,02}$.

18. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$ і $\frac{\partial z}{\partial v}$ функції $z = x^2 \ln y$, якщо $x = \frac{u}{v}$, $y = 3u - 2v$.

19. Знайти $\frac{\partial u}{\partial x}$ функції $u = \arcsin \frac{x}{z}$, де $z = \sqrt{x^2 + 1}$.

20. Знайти $\frac{dy}{dx}$ від функцій, заданих неявно:

- а) $x^3 y - y^3 x = a^4$, б) $ye^x + e^y = 0$.

21. Дано $z = x^y$. Довести, що $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

22. Дано $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$. Знайти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

23. Дослідити на екстремум функцію $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

24. Скласти рівняння дотичної прямої і нормальної площини для лінії:

$x = at$, $y = \frac{1}{2}at^2$, $z = \frac{1}{3}at^3$ в точці $M(6a, 18a, 72a)$.

Перелік питань до першого змістового контролю модуля 3

1. Рівняння з відокремленими змінними.
2. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння, що зводяться до них.
3. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку.
4. Рівняння Бернуллі.
5. Задача Коші. Теорема існування і єдиності.
6. Рівняння в повних диференціалах.
7. Обвідна, особливі розв'язки. Рівняння Клеро і Лагранжа.
8. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають пониження порядку.
9. Лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих.
10. Метод невизначених коефіцієнтів.
11. Системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.

Типові завдання

1. Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь із змінними, що відокремлюються:
а) $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$, б) $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$, в) $y' = 10^{x+y}$.
2. Знайти часткові розв'язки диференціальних рівнянь за початковими умовами:
а) $2y\sqrt{x} = y$, $y = 1$ при $x = 4$, б) $y' = (2y + 1)\operatorname{ctgx}$, $y = \frac{1}{2}$ при $x = \frac{\pi}{4}$.
3. Знайти розв'язки однорідних диференціальних рівнянь:
а) $y' = \frac{x + y}{x - y}$, б) $x dy - y dx = y dy$, в) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$,
г) $y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0$; $y = 0$ при $x = 1$.
4. Знайти розв'язки лінійних диференціальних рівнянь першого порядку:
а) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, б) $y' + y = \cos x$, в) $y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctgx}$,
г) $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, $y = 0$ при $x = 0$.
5. Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь:
а) $y' + 2xy = 2x^3 y^3$, б) $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$.
6. Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь:
а) $(3y - 7x + 7)dx - (3x - 7y - 3)dy = 0$,
б) $(x + 2y + 1)dx - (2x + 4y + 3)dy = 0$.
7. Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь в повних диференціалах:
а) $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$,
б) $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$.
8. Знайти загальні і особливі розв'язки рівнянь Клеро і Лагранжа
а) $y = xy' + y'^2$, б) $y = xy' + \frac{1}{y'}$, в) $y = y'(x+1) + y'^2$.
9. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння другого порядку, які допускають пониження порядку:
а) $y' = \operatorname{arctg} x$, б) $y' \ln x = y'$, в) $2yy' = 1 + (y')^2$.
10. Знайти загальний розв'язок лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь (частинні розв'язки знайти методом невизначених коефіцієнтів):
а) $2y'' + y' - y = 2e^x$, б) $y'' - 7y' + 6y = \sin x$, в) $y'' - 6y' + 9y = 2x^3 - x + 3$.

11. Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь методом варіації довільних сталих:

а) $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$, б) $y'' + y = \frac{1}{\cos^2 x}$,

в) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$.

12. Розв'язати систему лінійних диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами:

а) $\begin{cases} \dot{x} = -5x - 4y, \\ \dot{y} = -2x - 3y. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dot{x} = y - 5 \cos t, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$

Перелік питань до другого змістового контролю модуля 3

1. Подвійні інтеграли, їх властивості і обчислення.
2. Потрійні інтеграли, їх властивості і обчислення.
3. Застосування подвійних і потрійних інтегралів.
4. Криволінійний інтеграл першого роду, його обчислення і властивості.
5. Криволінійний інтеграл другого роду, його обчислення і властивості.
6. Незалежність інтегрування від форми шляху інтегрування.
7. Застосування криволінійних інтегралів.
8. Поняття про поверхневі інтеграли. Площа поверхні.
9. Збіжність і сума ряду.
10. Методи дослідження збіжності:
 - а) ознаки порівняння рядів;
 - б) ознака Д'аламбера;
 - в) ознака Коші;
 - г) інтегральна ознака.
11. Знакочергувальні ряди і ряди з довільними членами.
12. Абсолютна і умовна збіжність рядів. Ознака Лейбніца.
13. Степеневі ряди, радіус збіжності, інтервал збіжності.
14. Ряди Тейлора і Маклорена.
15. Застосування рядів в наближених обчисленнях.
16. Ряди Фур'є, їх властивості та застосування.

Типові завдання

1. Обчислити подвійні інтеграли:

- а) $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, де D - область обмежена параболою $y = x^2$ і $y^2 = x$,
- б) $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, де D - область обмежена $x = 2$, $y = x$, $xy = 1$,
- в) $\iint_D \cos(x + y) dx dy$, де D - область обмежена лініями $x = 0$, $y = \pi$, $x = y$.

2. Змінити порядок інтегрування в інтегралах:

а) $\int_0^1 \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx dy$, б) $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy dx$.

3. Обчислити потрійні інтеграли:

а) $\int_0^a \int_0^x \int_0^{xy} x^3 y^7 z dz dy dx$

б) $\iiint_D \cos(z+x) dx dy dz$, де D - область обмежена циліндром $y = \sqrt{x}$ і площинами

$$y=0, z=0, x+z=\frac{p}{2}$$

в) $\iiint_V \frac{1}{(x+y+z+1)^3} dx dy dz$, де V - область обмежена площинами

$$x=0, y=0, z=0, x+y+z=1.$$

4. Перейшовши до полярних координат обчислити інтеграли:

а) $\int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy$,

б) $\iint_D (2-2x-3y) dx dy$, де D - коло $x^2+y^2 \in R^2$.

5. Перейшовши до циліндричних або сферичних координат обчислити інтеграли:

а) $\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^a dy dz$, б) $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_0^a \sqrt{x^2+y^2} dz$,

г) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz$.

6. Знайти площу області, обмеженої еліпсом $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

7. Знайти площу області, обмеженої параболою $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$.

8. Подвійним інтегруванням знайти об'єм тіла, обмеженого:

а) площинами $x=4$ і $y=4$ і параболоїдом обертання $z = x^2 + y^2 + 1$.

б) циліндрами $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ і площинами $z=0$ і $x+z=6$.

9. Обчислити площу тієї частини поверхні $2z = x^2 + y^2$, яка вирізана циліндром $x^2 + y^2 = 1$.

10. Обчислити площу тієї частини поверхні $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, яка вирізана циліндром $x^2 + y^2 = R^2$ ($R \in a$).

11. Подвійним інтегруванням знайти координати центр мас однорідної плоскої фігури, обмеженої верхньою половиною еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, яка спирається на велику вісь.

12. Обчислити об'єм тіла, обмеженого площинами: $x+y+z=4$, $x=3$, $y=2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

13. Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями: $z=4-y^2$, $z=y^2+2$ і площинами $x=0$, $x=2$.

14. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_L y ds$, де L - дуга параболи $y^2 = 2px$, яка відсічена параболою $x^2 = 2py$.

15. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_L \sqrt{2y} ds$ де L - перша арка циклоїди

$$\begin{cases} x = j(t - \sin t) \\ y = j(1 - \cos t) \end{cases}$$

16. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy dx + (y - x) dy$ вздовж лінії $y = x^3$.
17. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_L y dx + x dy$ де L - чверть кола
 $x = R \cos t, y = R \sin t$, від $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$.
18. За допомогою криволінійного інтегралу, знайти площу еліпса $x = a \cos t, y = b \sin t$.
19. Перевірити, чи залежить $\int_{AB} (2xy - 5y^3) dx + (x^2 - 15xy^2 + 6y) dy$ від форми шляху інтегрування. Якщо не залежить, то обчисліть інтеграл по лінії АВ, що з'єднує точки $(0;0)$ і $(2;2)$.
20. Обчислити по формулі Гріна криволінійний інтеграл $\oint_C x^2 y dx + xy^2 dy$, де C - коло
 $x^2 + y^2 = a^2$, проходячи у додатному напрямку.
21. Дослідити на збіжність ряд:
 а) $1 + \frac{1+2}{1+2^2} + K + \frac{1+n}{1+n^2} + K$
 б) $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + K + \frac{n}{2^n} + K$
 в) $\frac{2}{3} + \frac{\frac{2^3}{3^2} + \frac{2^4}{3^3}}{9} + K + \frac{\frac{2^{n+1}}{3^n} + \frac{2^{n^2}}{3^n}}{3^n} + K$
 г) $\frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + K + \frac{1}{n \ln n} + K$
22. Дослідити на абсолютну і умовну збіжність ряд:
 а) $1 - \frac{1}{3} + K + (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1} + K$
 б) $1 - \frac{1}{3^3} + K + (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3} + K$
23. Знайти інтервали збіжності ряду і дослідити на збіжність ряд на кінцях інтервалу збіжності:
 а) $x - \frac{x^2}{2} + K + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + K$
 б) $x + \frac{x^2}{2} + K + \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} + K$
24. За допомогою рядів обчислити:
 а) $\sqrt[3]{70}$ з точністю до 0,001.
 б) $\cos 10^\circ$ з точністю до 0,0001.
 в) $\int_0^{0,5} \frac{\arctg x}{x} dx$ з точністю до 0,001.
25. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = x$ ($-\pi < x < \pi$).

Перелік питань до першого змістового контролю модуля 4

1. Елементи теорії сполук.
2. Класичне і статистичне означення ймовірності.
3. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій.

4. Теорема множення ймовірностей незалежних подій.
5. Ймовірність появи хоча б однієї події.
6. Умовна ймовірність. Залежні події. Теорема множення ймовірностей залежних подій.
7. Формула повної ймовірності.
8. Формула Байєса.
9. Формула Бернуллі.
10. Локальна та інтегральна теореми Лапласа.
11. Теорема Пуассона.
12. Оцінка відхилення відносної частоти від ймовірності події.
13. Найімовірніше число появи події в незалежних випробуваннях.
14. Математичне сподівання та його властивості.
15. Дисперсія та середньоквадратичне відхилення дискретної випадкової величини, властивості дисперсії.
16. Інтегральна функція розподілу, її властивості.
17. Диференціальна функція розподілу, її властивості.
18. Математичне сподівання і дисперсія неперервної випадкової величини.
19. Нормальний розподіл неперервної випадкової величини. Крива Гаусса.
20. Ймовірність влучення неперервної випадкової величини в заданий інтервал.

Типові завдання

1. Підкинуті дві гральні кості. Знайти ймовірність того, що сума балів, що не випали гравцями дорівнює семи.
2. При здачі іспиту ймовірність того, що студент одержить “відмінно” дорівнює 0,5, “добре” – 0,25, “незадовільно” – 0,01, не з’явиться на екзамен – 0,05. Яка ймовірність того. Що студент одержить позитивну оцінку?
3. Для сигналізації про аварію встановлені два незалежно працюючих сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор дорівнює 0,95, а другий – 0,9. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює тільки один сигналізатор.
4. У першій скриньці є 2 білих і 10 чорних кульок, у другій – 8 білих і 4 чорних кульок. З кожної скриньки витягнули по кульці. Яка ймовірність того, що обидві кульки білого кольору?
5. Три стрільці незалежно один від одного стріляють в ціль. Ймовірність влучення в ціль першим стрільцем дорівнює 0,6, другим – 0,7, а третім – 0,75. Знайти ймовірність хоч би одного влучення в ціль, якщо кожен стрілець зробить по одному пострілу.
6. Студент знає 20 із 25 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає заплановані йому екзаменатором 3 питання.
7. В обчислювальній лабораторії є 6 автоматів і 4 напівавтомати. Ймовірність того, що за час виконання деякого розрахунку автомат не вийде з ладу дорівнює 0,95, а для напівавтомата – 0,8. Студент проводить розрахунок на навмання підібраній хвилині. Знайти ймовірність того, що до закінчення розрахунку машина не вийде з ладу.
8. Число вантажних автомашин, що проїжджають по трасі, на яких стоїть автозаправочна, відноситься до числа легкових автомашин, що проїжджають по тій самій трасі, як 3:2. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, дорівнює 0,1; для легкової автомашини ця ймовірність дорівнює 0,2. До бензоколонки під’їхали для заправки автомашини. Знайти ймовірність того, що це вантажна машина.
9. Ймовірність проростання насіння дорівнює 0,9. Для досліду відбирають 6 насінин. Знайти ймовірність того, що проросте 5 насінин.
10. Ймовірність народження хлопчика 0,51. Знайти ймовірність того, що серед 100 новонароджених буде 50 хлопчиків.
11. Ймовірність появи події у кожному із 100 незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що подія з’явиться не менше 75 раз і не більше 90 раз.

12. Пристрій складається із 1000 елементів, працюючих незалежно один від одного. Ймовірність відмови будь-якого елемента дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що відмовлять 3 елементи.
13. Знайти закон розподілу дискретної випадкової величини x - число випадань "герба" при двох підкидуваннях монети.
14. Знайти дисперсію і середнє квадратичне відхилення величини x , яка задана законом розподілу

x	1	2	5
p	0,3	0,5	0,2

15. Випадкова величина задана диференціальною функцією

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ 2x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Знайти ймовірність того, що в результаті випробування x прийме значення, що належить інтервалу (0,5;1).

16. Ймовірність появи події у кожному із 900 незалежних випробувань дорівнює 0,5. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхиляється від її ймовірності за абсолютною величиною не більше ніж на 0,02.
17. Відділ технічного контролю перевіряє партію із 10 деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,75. Знайти найімовірніше число стандартних деталей.
18. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини x , яка задана інтегральною функцією

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

19. Математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення нормально розподіленої випадкової величини дорівнюють відповідно 10 і 2. Знайти ймовірність того, що в результаті випробування x прийме значення з інтервалу (12;14).

Перелік питань до другого змістового контролю модуля 4

1. Генеральна сукупність та вибірка. Статистичні розподіли.
2. Основні характеристики вибірки. Початковий і центральний моменти.
3. Статистичні оцінки параметрів. Незміщеність, ефективність і спроможність оцінок.
4. Виправлена дисперсія як незсунена оцінка генеральної дисперсії.
5. Довірчий інтервал для математичного сподівання.
6. Перевірка статистичних гіпотез: про ймовірності, про середні, про рівність дисперсій, про вигляд розподілу.
7. Елементи теорії кореляції та регресії. Вибірковий коефіцієнт кореляції, вибіркове рівняння прямої лінії регресії.

Типові завдання

1. Вибірка задана у виді розподілу частоти

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Знайти розподіл відносної частоти.

2. Знайти емпіричну функцію по заданому розподілу вибірки і накреслити графік цієї функції:

$$x_i \quad 2 \quad 5 \quad 7 \quad 8$$

$$n_i \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 4$$

3. Результати обстеження 20 родин по числу членів такий: 2; 5; 3; 4; 1; 3; 6; 2; 4; 3; 4; 1; 3; 5; 2; 3; 4; 4; 3; 3. Записати варіаційний ряд, побудувати полігон відносних частот і накреслити графік.

4. Відомі врожаї (у центнерах на один гектар) в 20 господарствах:

13,9; 12,4; 13,1; 6,3; 11,8; 11,6; 10,5; 10,4; 10,6; 11,3; 15,1; 11,7; 11,3; 10,2; 11,0; 10,7; 8,2; 9,6; 10,2; 15,1. Побудувати гістограму відносних частот.

5. Вибіркова сукупність задана статистичним законом розподілу:

$$x_i \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$n_i \quad 20 \quad 15 \quad 10 \quad 5$$

Знайти вибірку середню і вибірку дисперсію і вибірку середнє квадратичне відхилення.

6. У результаті п'яти вимірів довжини стержня (без систематичних помилок) отримані результати: 92, 94, 103, 105, 106. Знайти вибірку і виправлену дисперсію.

7. Переходячи до умовних варіантів знайти вибірку середню по даному розподілу вибірки:

$$x_i \quad 2560 \quad 2600 \quad 2620 \quad 2650 \quad 2700$$

$$n_i \quad 2 \quad 3 \quad 10 \quad 4 \quad 1$$

8. Випадкова величина розподілена нормально із відомим середнім квадратичним відхиленням $S = 4$. Знайти довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання, якщо вибірка середня $\bar{x} = 18,81$, об'єм вибірки $n = 64$ і надійність $g = 0,95$.

9. Випадкова величина розподілена нормально. По об'єму вибірки $n = 16$, вибірку середнє $\bar{x} = 20,2$ і "виправлене" середнє квадратичне відхилення $s = 0,8$, знайти довірчий інтервал для математичного сподівання, якщо надійність $g = 0,95$.

10. Методом добутку знайти вибірку середнє і дисперсію по даному розподілу вибірки:

$$x_i \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22$$

$$n_i \quad 5 \quad 15 \quad 50 \quad 16 \quad 10 \quad 4$$