

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Приймальна комісія

ЗАТВЕРДЖУЮ

Голова приймальної комісії
ДВНЗ «УжНУ», ректор

_____ проф. Володимир СМОЛАНКА

_____ 2024 р.

ПРОГРАМА

вступного іспиту із спеціальності

для вступників на навчання для здобуття ОС доктор філософії
за спеціальністю 111 Математика
(код, назва)

(на основі здобутого освітнього ступеня “магістр”, освітньо-
кваліфікаційного рівня “спеціаліст”)

РОЗРОБЛЕНО

Предметною комісією

з спеціальності 111 Математика

Голова комісії Ольга СИНЯВСЬКА

Ужгород – 2024

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма орієнтована на підготовку до фахового вступного іспиту для здобувачів вищої освіти за третім рівнем здобуття освіти за спеціальністю 111 Математика, галузь знань 11 Математика та статистика.

Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка теоретичних знань з фундаментальних математичних дисциплін, навичок та вмій вступників щодо розв'язання математичних задач, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Вступне випробування зі спеціальності проводиться у формі усного екзамену і оцінюється за шкалою від 100 до 200 балів. Тривалість підготовки вступника до відповіді – 2 академічні години.

Завдання вступного випробування складається з трьох теоретичних питань, які входять до різних розділів програми вступного іспиту.

Відповідь на кожне питання білету оцінюється у 50 балів.

Оцінка в балах	Пояснення
46 – 50	Вступник демонструє глибоке розуміння і вільне володіння теоретичним матеріалом, обізнаність з літературою, може навести приклади і пояснити зміст понять і результатів, викладення є грамотним, логічним і вичерпним.
36 – 45	Вступник демонструє розуміння значної частини теоретичного матеріалу, може навести приклади і пояснити зміст понять і результатів, викладення є грамотним і логічним, з незначними неточностями.
21 – 35	Вступник в цілому орієнтується в теоретичному матеріалі, може навести приклади і пояснити зміст частини понять і результатів, викладення є неповним, містить неточності.
11 – 20	Вступник не в достатній мірі орієнтується у значній частині теоретичного матеріалу, не може пояснити зміст основних понять і результатів, викладення містить численні неточності.

0 – 10	Вступник не орієнтується у значній частині теоретичного матеріалу, допускає суттєві помилки, не може пояснити зміст понять і результатів.
--------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Максимальна сума балів за відповіді на всі питання дорівнює 150. Якщо вступник набрав не менше 50 балів, то загальна сума балів розраховується як сума балів за відповіді на всі питання плюс 50 балів (початкова кількість балів). Якщо вступник отримав менше 100 балів, то він отримує незадовільну оцінку і не допускається до участі у конкурсному відборі. Максимальна загальна сума балів дорівнює 200 балів.

ТЕМИ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ВСТУПНЕ ВИПРОБОВУВАННЯ

Розділ I. Алгебра

Системи лінійних рівнянь. Визначники та їх властивості. Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Системи лінійних однорідних рівнянь. Кільце многочленів. Подільність у кільці многочленів. Незвідні многочлени. Кільце многочленів від багатьох невідомих. Симетричні многочлени.

Означення та приклади лінійного простору. Лінійна залежність векторів. Базис і розмірність простору. Розклад вектора по базису. Підпростори лінійного простору. Лінійні відображення лінійних просторів. Лінійні оператори лінійних просторів. Характеристичний многочлен матриці і лінійного оператора. Власні значення та власні вектори лінійного оператора. Жорданова нормальна форма матриці. Квадратичні форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Евклідов простір. Унітарний простір.

Групи, підгрупи. Їх елементарні властивості. Циклічні групи, їх властивості. Гомоморфізми груп. Абелеві групи із скінченним числом твірних. Означення кільця, приклади. Ідеали кілець, їх елементарні властивості. Гомоморфізми кілець. Кільця головних ідеалів. Евклідові кільця. Факторіальні кільця. Кільце класів лишків за модулем t . Означення поля. Характеристика поля. Алгебраїчні та

скінченні розширення полів. Цілі алгебраїчні числа.

Література до розділу I

1. Баранник В.Ф., Дроботенко Е. С., Рудько В.П., Шапочка І. В. Лінійна алгебра: Навчальний посібник. Ужгород: Ужгород. держ. ун-т, 1999. 92 с.
2. Бондаренко Є.В. Теорія кілець: навчальний посібник. 2012. 64 с.
3. Ганюшкін О.Г., Безущак О.О. Теорія груп: навчальний посібник. К.: ВПЦ Київський університет, 2005. 123 с.
4. Дроботенко В. С., Рудько В. П. Елементи теорії кілець. Ужгород: Ужгородський національний університет, 2004. 128 с.
5. Тилищак О.А. Елементи теорії груп. Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2009. 40 с.
6. Шапочка І.В. Курс лекцій з алгебри: навчальний посібник. Ужгород: Видавництво Ужну «Говерла», 2003. 221 с.

Розділ II. Диференціальні рівняння та математична фізика

Поняття про диференціальні рівняння та диференціальні моделі. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані відносно похідної. Основні поняття й означення. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні в квадратурах. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та звідні до них. Рівняння у повних диференціалах та звідні до них.

Неявні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх інтегрування. Деякі застосування диференціальних рівнянь першого порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків. Основні поняття й означення. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку. Лінійні однорідні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні рівняння n -го порядку. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку. Диференціальні моделі коливних процесів. Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку.

Системи звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття й означення. Лінійні однорідні системи звичайних диференціальних рівнянь. Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.

Лінійні рівняння з постійними коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні рівняння з постійними коефіцієнтами.

Основи теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь. Метод функцій Ляпунова. Фазова площина. Лінійні однорідні рівняння з частинними похідними першого порядку. Квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку. Системи диференціальних рівнянь в симетричній формі.

Література до розділу II

1. Кривошея С. А., Перестюк Н. А., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. К.: Либідь, 2004. 408 с.
2. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. К.: ВПЦ «Київський університет», 2017. 520 с
3. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. 3-є видання, перероб. і доповн. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. 528 с.
4. Самойленко В.Г., Конет І.М. Рівняння математичної фізики : навч. посіб. К.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2014. 283 с.

Розділ III. Математичний аналіз і функціональний аналіз

Поняття границі послідовності, границя функції в точці. Неперервні та рівномірно неперервні функції. Типи розривів. Неперервність елементарних функцій

Похідна та її застосування: означення та правила обчислення похідних; теореми про функції, що мають похідну; диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження функцій на екстремум.

Невизначений інтеграл: означення, властивості та методи інтегрування.
Визначений інтеграл: означення, основні властивості та застосування.

Числові ряди: означення збіжності; критерій Коші; критерій та ознаки біжності рядів з невід'ємними членами; абсолютно і умовно збіжні ряди.
Функціональні ряди: означення, критерій та ознаки рівномірної збіжності; властивості рівномірно збіжних рядів. Степеневі ряди та їх основні властивості; розклад елементарних функцій у степеневі ряди.

Функції кількох змінних: границя в точці; неперервність; частинні похідні; диференційовність. Дослідження на екстремум функції багатьох змінних; градієнт, похідна за напрямом. Неявні функції.

Невласні інтеграли: означення, властивості, ознаки збіжності. Власні та невластні інтеграли, що залежать від параметра.

Кратні інтеграли: означення, властивості, обчислення та застосування.
Криволінійні та поверхневі інтеграли: означення, властивості, обчислення та застосування. Формули Гріна, Остроградського-Гаусса і Стокса.

Тригонометричні ряди Фур'є. Ряди Фур'є по ортогональних системах функцій. Рівномірна збіжність ряду Фур'є. Інтеграл і перетворення Фур'є.

Міра множин: означення та властивості; міра Лебега на прямій і в просторі.
Вимірні функції: означення, основні властивості. Інтеграл Лебега: означення, основні властивості; теореми про граничний перехід під знаком інтеграла.

Означення метричного простору. Приклади метричних просторів. Збіжність і повнота у метричному просторі. Компактність у метричних просторах. Критерії компактності. Теорема Банаха.

Банахові і гільбертові простори: означення, приклади, властивості норми і скалярного добутку. Лінійні неперервні функціонали і оператори; означення, властивості, норма; обернені оператори. Спряжені і компактні оператори.

Означення і класифікація інтегральних рівнянь. Повторні ядра та резольвента інтегрального рівняння. Метод резольвент. Метод послідовних наближень. Рівняння з виродженими ядрами. Метод зведення до системи алгебраїчних рівнянь. Метод зведення до диференціального рівняння. Теореми Фредгольма для інтегральних рівнянь.

Література до розділу III

1. Березанський Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель В. Г. Функціональний аналіз. Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2014. 560 с.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. У 2-х ч.ч. Ч. 1. К.: Либідь, 1993.
3. Константинов О.Ю. Функціональний аналіз. Київ, 2021. 113 с.
<http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2021/09/fa21.pdf>
4. Курченко О.О. Диференціальне числення функції однієї змінної: підручник. К., 2014. 238 с. <https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/03/merged.pdf>
5. Курченко О.О. Інтегральне числення функцій однієї змінної: навч. посібник. К.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2016. 140 с. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/03/INTEGR_2016_M.pdf
6. Теорія міри й інтегралу Лебега. Функціональний аналіз. Навчальний посібник для студентів математичних, фізичних та технічних спеціальностей / Т.В. Боярищева, М.С. Герич, О.О. Погоріляк, О.О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилищак, П.В. Слюсарчук, А.М. Тегза. Ужгород, 2022. 182 с.
7. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник : у 2 ч. Ч. 1. 3-є вид., випр. і доп. К. : Вища школа, 2005. 446 с.
8. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник : у 2 ч. Ч. 2. 3-є вид., випр. і доп. К. : Вища школа, 2005. 510 с.

Розділ IV. Теорія ймовірностей та математична статистика

Стохастичний експеримент, випадкові події, простір елементарних подій, алгебра і σ -алгебра подій. Класичне, геометричне і статистичне означення ймовірності. Аксиоматичне означення ймовірності (аксіоми Колмогорова), наслідки із аксіом.

Умовні ймовірності, теорема множення. Незалежність подій. Формула повної ймовірності. Формули Байєса. Схема Бернуллі. Граничні теореми в схемі Бернуллі та наслідки.

Функція розподілу випадкової величини, властивості. Дискретні і неперервні випадкові величини. Основні розподіли випадкових величин. Числові характеристики випадкових величин та їх властивості. Початкові та центральні моменти.

Системи випадкових величин. Закон розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини. Функція та щільність розподілу двовимірної випадкової величини. Умовні закони розподілу. Залежні та незалежні випадкові величини. Числові характеристики системи випадкових величин, коефіцієнт кореляції.

Типи збіжностей послідовності випадкових величин. Співвідношення між типами збіжностей. Закон великих чисел, теореми Чебишова, Бернуллі. Центральна гранична теорема.

Випадкові процеси: визначення, числові характеристики, класифікація. Ланцюги Маркова, ергодична теорема. Процеси з незалежними приростами, стаціонарні процеси. Найпростіший потік подій, рівняння найпростішого потоку.

Вибірка, емпірична функція розподілу. Основні вибіркові характеристики. Статистичні оцінки та їх властивості. Точкові оцінки параметрів генеральної сукупності. Метод моментів та метод максимальної вірогідності оцінювання. Довірчі інтервали для невідомої ймовірності у схемі Бернуллі. Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу.

Поняття статистичної гіпотези та загальна схема її перевірки. Перевірка статистичних гіпотез про числові значення параметрів нормального розподілу. Кореляційний зв'язок, коефіцієнт кореляції (Пірсона). Побудова регресійних моделей. Рівняння лінійної регресії. Метод найменших квадратів.

Література до розділу IV

1. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2-х ч. Ч. II. Математична статистика. Київ : КНЕУ, 2001. 336 с.

2. Голіченко І.І., Ільєнко М.К., Савич І.М., Вступ до теорії ймовірностей, 2022. 221 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/50345>

3. Карташов М.В.. Імовірність, процеси, статистика. К.: ВПЦ “Київський університет”, 2008. 494 с. https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/VPS_Pv.pdf
4. Слюсарчук П. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Ужгород: Карпати, 2005. 180 с.
5. Турчин В.М.. Теорія ймовірностей та математична статистика, 2-е видання, Підручник. Дніпро: “Ліра”, 2018.