

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ» ФАКУЛЬТЕТ
МАТЕМАТИКИ ТА ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
кафедра теорії ймовірностей і математичного аналізу**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Декан факультету математики та
цифрових технологій
_____/Микола МАЛЯР/
« ____ » _____ 2023 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

КОМБІНАТОРНИЙ АНАЛІЗ

Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Комп'ютерна та бізнес-математика
Статус дисципліни	вибіркова
Мова навчання	українська

Ужгород 2023

Робоча програма навчальної дисципліни «**Комбінаторний аналіз**» для здобувачів вищої освіти: галузі знань **11 Математика та статистика**, спеціальності **111 Математика**, освітньої програми - **Комп'ютерна та бізнес-математика**.

Розробники:

Бучак Х.В. , канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри теорії ймовірностей і математичного аналізу.

Робочу програму розглянуто та затверджено на засіданні кафедри *теорії ймовірностей і математичного аналізу*

протокол № _____ від «_____» _____ 2023 р.

Завідувач кафедри _____ Ганна СЛИВКА-ТИЛИЦАК

Схвалено науково-методичною комісією факультету математики та цифрових технологій протокол № _____ від «_____» _____ 2023 р.

Голова науково-методичної комісії _____ Наталія ЮРЧЕНКО

□ Бучак Х.В., 2023 р.

□ ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2023 р.

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів ЄКТС –4	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин –120	2	
Кількість модулів – 2	Семестр	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 самостійної роботи студента – 6	3	
	Лекції:	
	20	
	Практичні (семінарські):	
	40	
Вид підсумкового контролю: денна форма: залік – 3 сем.	Лабораторні:	
	Не передбачено	
Форма підсумкового контролю: усна	Самостійна робота:	
	60	

2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Комбінаторний аналіз» є: сформувати у студентів уявлення про спектр комбінаторних методів, ознайомити з основними методами розв'язування комбінаторних задач та сприяти засвоєнню та застосуванню комбінаторних методів для розв'язування прикладних задач, задач шкільного курсу стосовно теорії ймовірностей та при розв'язуванні задач підвищеної складності.

Відповідно до освітньої програми «Комп'ютерна та бізнес-математика», вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких компетентностей.

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу на основі логічних аргументів з метою виявлення педагогічних проблем і виробляти рішення щодо їх усунення;

ЗК-2. Здатність застосовувати знання на практиці;

ЗК-9. Набуття гнучкого мислення, відкритість до застосування математичних знань та знань з інформатики та компетентностей в широкому діапазоні можливих місць роботи та повсякденному житті;

ЗК-14. Здатність до критичного мислення, навички обдумування.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності

СК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;

СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;

СК-7 Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей.

3. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Використання додатків Google для організації освітнього процесу» є опанування таких навчальних дисциплін (НД) освітньої програми (ОП):

ОК-5 – Математичний аналіз функції однієї змінної;

ОК-15 - Дискретна математика.

4. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Відповідно до освітньої програми «Комп'ютерна та бізнес-математика», вивчення навчальної дисципліни повинно забезпечити досягнення здобувачами вищої освіти галузі знань **11 Математика та статистика**, спеціальності **111 Математика** освітньої програми - «Комп'ютерна та бізнес-математика» таких програмних результатів навчання (ПРН):

Програмні результати навчання	Шифр ПРН
Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;	ПРН-1
Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;	ПРН-3
Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	ПРН-4
Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;	ПРН-11

Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ	ПРН-17
Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних;	ПРН-20

Очікувані результати навчання, які повинні бути досягнуті здобувачами освіти галузі знань **11 Математика та статистика**, спеціальності **11 Математика** освітньої програми - **Комп'ютерна та бізнес-математика** після опанування навчальної дисципліни «**Комбінаторний аналіз**»:

Очікувані результати навчання з дисципліни	Шифр ПРН
Уміння сприймати та розуміти надану математичну інформацію у повному обсязі. Уміння застосовувати математичні знання у процесі розв'язання професійних задач, побудови математичних моделей	ПРН-1, ПРН-3, ПРН-11
Знати принцип Діріхле, комбінаторний принцип тотожності, комбінаторне правило множення та суми.	ПРН-1, ПРН-3, ПРН-17
Знати, що таке перестановки, розміщення, комбінації, біном Ньютона та трикутник Паскаля	ПРН-3, ПРН-17
Вміти знаходити кількість перестановок, розміщень та комбінацій елементів. Отримувати та доводити біноміальні тотожності використовуючи трикутник Паскаля	ПРН-4, ПРН-11, ПРН-20
Знати метод включення-виключення	ПРН-1, ПРН-3, ПРН-11,
Знати що таке кратні суми та формули обернення	ПРН-1, ПРН-17
Вміти використовувати метод траєкторій Каталана, числа Фібоначчі та числа Стірлінга для вирішення задач.	ПРН-4, ПРН-11, ПРН-20
Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	ПРН-1, ПРН-20

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

Накопичувальна бально-рейтингова система, що передбачає оцінювання студентів за усі види аудиторної та поза аудиторної навчальної діяльності, спрямованої на опанування навчального навантаження з освітньої програми: поточний, модульний, підсумковий контроль - залік.

Форми контролю та критерії оцінювання результатів навчання

Форми поточного контролю: написання та захист студентами індивідуальних домашніх завдань, написання самостійних робіт під час лекційних та/або практичних занять. Студент може отримати бали за усні відповіді та доповнення на лекційних та практичних заняттях.

Форма модульного контролю: модульна контрольна робота.

Форма підсумкового семестрового контролю: залік.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 1)

Поточне оцінювання							Модульна контрольна робота	Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	C1	50	100
6	6	6	6	6	6	14		

T1, T2 ... – теми змістових модулів, C1 -самостійна робота.

Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (модуль 2)

Поточне оцінювання						Модульна контрольна робота	Сума
T7	T8	T9	T10	C2	C2	40	100
8	8	8	8	14	14		

T7, T8 ... – теми змістових модулів, C2, C3-самостійні роботи.

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи (денна форма)

Модульні контрольні роботи розраховані на 80 хвилин. Загальна оцінка модульних контрольних робіт – 90 балів.

В модульній контрольній роботі використовуються різні форми завдань, що дозволяє перевірити знання і вміння студентів: визначення понять, теоретичні та практичні завдання.

Критерії оцінки знань модульної контрольної роботи 1 :

Оцінка блоку теоретичних завдань (20 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в 10 балів:

10 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

5 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (30 балів)

Блок практичних завдань складається з 3 завдань. Одне завдання оцінюється в 10 балів:

10 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

7 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3,5 бал – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Критерії оцінки знань модульної контрольної роботи 2 :

Оцінка блоку теоретичних завдань (20 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань. Кожне з питань оцінюється в 10 балів:

10 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

5 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (20 балів)

Блок практичних завдань складається з 4 завдань. Одне завдання оцінюється в 7,5 балів :

7,5 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

5 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3,5 бал – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Критерії оцінювання підсумкового семестрового контролю

Форма заліку – письмово-усна. Білет складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за залік можна отримати від 0 до 40 балів.

Критерії оцінки знань:

Оцінка блоку теоретичних завдань (14 балів)

Блок теоретичних завдань складається з двох теоретичних питань.

7 балів – ставиться, якщо сутність поняття розкрито вірно та повністю;

4 балів – ставиться, якщо сутність питання розкрито з деякими уточненнями;

0 балів – якщо сутність поняття не розкрито або розкрито невірно.

Оцінка блоку практичних завдань (21 балів)

Блок практичних завдань складається з 3 завдань. Одне завдання оцінюється в 7 балів :

7 балів – ставиться, якщо практичне завдання розв'язано вірно;

5 балів – ставиться, якщо в практичному завданні допущені незначні помилки;

3 балів – якщо завдання розв'язано вірно не менше 50% обсягу завдання;

0 балів - якщо завдання не виконано або виконано невірно.

Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
		для екзамену, диференційованого заліку курсового проекту(роботи)		для заліку
A	90 – 100	5	Відмінно	Зараховано
B	82-89	4	Добре	
C	74-81			
D	64-73			
E	60-63	3	Задовільно	
FX	35-59	2	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано з можливістю повторного складання
F	1-34	1	Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Критерій оцінювання з дисципліни

— **“відмінно” А** (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії;

— **“добре” В** (82-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності;

— **“добре” С** (74-81 балів) заслуговує студент, що виявив не цілком повне знання програмного матеріалу, не завжди успішно виконує передбачені програмою завдання, частково засвоїв основну літературу, рекомендовану програмою, виявив не систематичний характер знань з дисциплін і не завжди здатний до їх самостійного доповнення і під час

відповіді допускає деякі неточності;

— **"задовільно" D** (64-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "задовільно" виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача;

— **"задовільно" E** (60-63 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка "достатньо" виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які частково володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

— **"незадовільно" FX** (35-59 балів) з можливістю повторного складання виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмного матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

— **"незадовільно" F** (1-34 балів) з обов'язковим повторним вивченням дисципліни виставляється студенту коли протягом семестру він допустив грубі помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи студента протягом семестру.

Іспит виставляється (без складання) у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці "достатньо" (E).

Протягом семестру проводиться не менше двох модулів чи контрольних робіт або інших видів контролю. Максимальна кількість балів, яка встановлюється для цих видів контролю, а також відповідність оцінок FX та F у шкалі ECTS, у балах та національній шкалі визначається Вченими радами факультетів або кафедрами, які забезпечують викладання відповідних дисциплін.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

6.1. Зміст навчальної дисципліни

Семестр 3

Змістовий модуль 1.

Тема 1. Основні поняття комбінаторики. Правило прямої суми та прямого добутку. Розміщення без повторень і з повтореннями.

Тема 2. Перестановки та комбінації без повторень і з повтореннями.

Тема 3. Впорядковані та неспорядковані розбиття множини.

Тема 4. Принцип Діріхле.

Тема 5. Метод включення-виключення

Тема 6. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля. Поліноміальна теорема.

Змістовий модуль 2.

Тема 7. Кратні суми. Формули обертаня.

Тема 8. Числові ряди. Метод генератрис.

Тема 9. Числа Каталона, Фібоначі та Стірлінга.

Тема 10. Числа Бернуллі та многочлен Бернуллі

6.2 Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
лек		лаб	прак	Інд	сам	
1	2	3	4	5	6	7
Семестр третій						
Модуль 1						
Тема 1. Основні поняття комбінаторики. Правило прямої суми та прямого добутку. Розміщення без повторень і з повтореннями.	12	2		4		6
Тема 2. Перестановки та комбінації без повторень і з повтореннями.	12	2		4		6
Тема 3. Впорядковані та неспорядковані розбиття множини.	12	2		4		6
Тема 4. Принцип Діріхле.	12	2		4		6
Тема 5. Метод включення-виключення.	12	2		4		6
Тема 6. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля. Поліноміальна теорема.	12	2		4		6
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль 1	72	12		24		36
Модуль 2						
Тема 7. Кратні суми. Формули обертання.	12	2		4		6
Тема 8. Числові ряди. Метод генератрис.	12	2		4		6
Тема 9. Числа Каталона, Фібоначі та Стірлінга.	12	2		4		6
Тема 10. Числа Бернуллі та многочлен Бернуллі.	12	2		4		6
Модульна контрольна робота						
Разом за модуль 2	48	6		16		24
УСЬОГО ГОДИН у третьому. сем.	120	20		40		60

6.3. Теми семінарських занять

Навчальним планом семінарські заняття не передбачені.

6.4. Теми практичних занять

Назва теми	Кількість годин
1	2
Семестр третій	
П1. Основні поняття комбінаторики. Правило прямої суми та прямого добутку. Розміщення без повторень і з повтореннями.	4
П2. Перестановки та комбінації без повторень і з повтореннями..	4
П3. Впорядковані та неспорядковані розбиття множини.	4

П4. Принцип Діріхле.	4
П5. Метод включення-виключення.	4
П6. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля. Поліноміальна теорема.	4
П7. Кратні суми. Формули обертання.	4
П8. Числові ряди. Метод генератрис.	4
П9. Числа Каталона, Фібоначі та Стірлінга.	4
П10. Числа Бернуллі та многочлен Бернуллі.	4
Разом за семестр	40

6.5. Теми лабораторних занять

Навчальним планом лабораторні заняття не передбачені.

6.6. Самостійна робота

Назви теми	Кількість годин
1	2
Семестр третій	
С 1. Основні поняття комбінаторики. Правило прямої суми та прямого добутку. Розміщення без повторень і з повтореннями	6
С2. Перестановки та комбінації без повторень і з повтореннями..	6
С3. Впорядковані та неупорядковані розбиття множини.	6
С4. Принцип Діріхле.	6
С5. Метод включення-виключення.	6
С6. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля. Поліноміальна теорема.	6
С7. Кратні суми. Формули обертання.	6
С8. Числові ряди. Метод генератрис.	6
С9. Числа Каталона, Фібоначі та Стірлінга.	6
С10. Числа Бернуллі та многочлен Бернуллі.	6
Разом за семестр	60

7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

Використовуються комп'ютери, інтерактивна дошка.

8. ОРІЄНТОВАНИЙ ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЗАЛІКУ

Змістовий модуль 1.

1. Основні поняття комбінаторики.
2. Правило прямої суми
3. Правило прямого добутку.
4. Розміщення без повторень і з повтореннями.
5. Перестановки без повторень і з повтореннями.
6. Комбінації без повторень і з повтореннями.

7. Впорядковані та неупорядковані розбиття множини.
8. Принцип Діріхле.
9. Метод включення-виключення
10. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля.
11. Поліноміальна теорема.

Змістовий модуль 2.

1. Кратні суми.
2. Формули обертання.
3. Числові ряди.
4. Метод генератрис.
5. Числа Каталона.
6. Числа Фібоначі.
7. Числа Стірлінга.
8. Числа Бернуллі.
9. Многочлен Бернуллі

9. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Ядренко М.Й. Дискретна математика. – К: ТВиМС, 2004. – 245с.
2. Ямненко Р.Є. Дискретна математика. – К.: Четверта хвиля, 2010. – 104с.
3. Вишенський В.А., Перестюк М.О. Комбінаторика. Перші кроки. – Кам'янецьПодільський, Аксіома, 2010. – 323 с.

Допоміжна література

1. N. Ya. Vilenkin. Combinatorics. – Academic Press: New York and London, 1971.
2. Concrete mathematics: a foundation for computer science / Ronald. L. Graham, Donald E. Knuth, Oren Patashnik. – 2nd ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

<http://www.nbuv.gov.ua> – Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського.

Додаток 2

**Результати перегляду
робочої програми навчальної дисципліни**

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток___).
(потрібне підкреслити)

протокол №___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище
ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток___).
(потрібне підкреслити)

протокол №___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище
ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток___).
(потрібне підкреслити)

протокол №___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище ініціали)

Робоча програма перезатверджена на 20___/ 20___ н.р. без змін; зі змінами (Додаток___).
(потрібне підкреслити)

протокол №___ від «___» _____ 20___ р. Завідувач кафедри _____
(підпис) (Прізвище
ініціали)